

Тур В.В., д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой, Брестский государственный технический университет, г. Брест
Дереченник С.С., канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой, Брестский государственный технический университет, г. Брест
Дереченник А.С., старший преподаватель, БрГТУ, г. Брест

О ПРИМЕНЕНИИ КРИТЕРИЕВ СООТВЕТСТВИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА СОГЛАСНО СТБ EN 206-1-2000

COMPLIANCE CRITERIA FOR CONCRETE STRENGTH ACCORDING TO STB EN 206-1-2000

Аннотация

Представлен обзор концептуальных подходов к оценке соответствия прочности бетона с использованием планов выборочного контроля. Показано, что критерии соответствия, внесенные в нормы различных стран, применимы, главным образом, для оценивания крупных стабильных производств и практически непригодны для производств малых объёмов. Рассмотрены возможности порядковых статистик применительно к оценке положения квантили распределения параметра прочности бетона в выборках малых объёмов.

Abstract

Article presents a view of conceptual approaches to assessment of compliance concrete strength, what consist in European-American standards. Analysis was showed, that compliance criteria may be adopted for stable large-volume productions, but no recommendation, what are connected with low-volume productions. Article presents possibility of using method of range statistics to assessment of concrete strength for low-volume production.

ВВЕДЕНИЕ

Результаты исследовательских работ, выполненных в конце 60-х — начале 70-х годов прошлого столетия, явились основой новых подходов, как к нормированию, так и к контролю прочности строительных материалов (в частности, бетона), а как следствие — к разработке новых методов оценивания соответствия свойств материала установленным критериям.

В рамках новой концепции (которая, к сожалению, оказалась незамеченной целым поколением практикующих инженеров), внесен

ной в подавляющее большинство нормативных документов разных стран [1—5], идея приемки изготовленных партий бетона, основанная на подтверждении того, что фактические значения прочности, полученные по результатам испытаний опытных образцов, превышают некоторое установленное (либо назначенное, с учетом статистической изменчивости) значение *минимальной прочности*, была заменена статистическим подходом, базирующимся на установлении допустимой доли (порции) т.н. «дефектного» материала в гипотетически бесконечной выборке для всего бетона данного класса, и оценивании этой *доли дефектов* по т.н. выборочным планам. Формально термин «требуемое значение минимальной прочности» (как это использовано в ACI 214R [3]) был заменен термином «характеристическая прочность» (по EN 1990).

По концепции EN 206-1 ([1]), в отличие от ранее действующих нормативных документов, качество производимого бетона контролируется по критериям соответствия. В рамках применяемой концепции контрольные выборочные планы составляют таким образом, чтобы с использованием установленных процедур статистического моделирования (в частности, с применением т.н. фильтрационных кривых или операционных характеристических кривых — англ. operating characteristic line) существовала возможность оценивания соответствия выделенного свойства произведенного бетона назначенным требованиям. Наиболее важным свойством бетона, для которого следует проверять соответствие, является его прочность при сжатии, поэтому большинство контрольных выборочных планов разрабатывается для этого свойства. В соответствии с EN 1990 ([2]) прочность бетона является базисной переменной, которую, в рамках метода частных коэффициентов, представляют ее характеристическим значением. При этом *характеристическая прочность бетона* (f_{ck} , Н/мм²) — значение прочности, установленное с учетом статистической изменчивости с обеспеченностью 0,95 для *гипотетически бесконечной* выборки (популяции) результатов испытаний. Прочность бетона, как физическая величина, не определяется некоторым детерминированным значением, а может быть представлена лишь как непрерывная случайная величина (вероятность определения *точного* значения такой величины равна нулю). Таким образом, для проектных целей характеристическая прочность бетона, являющаяся некоторым допустимым нижним пределом прочности, принимается как 5% — квантиль теоретического распределения прочности бетона рассматриваемого класса. Следует отметить, что в отличие от методов выборочного контроля, применяемых, например, в машиностроении или электронике, прочность бето-

на, как контролируемая характеристика свойства, может быть определена исключительно по результатам *разрушающего* контроля опытных (или контрольных) образцов. Поэтому при оценке качества бетона контролю может быть подвергнуто только ограниченное количество образцов, изготовленных из одной *пробы* бетона, взятой из одной произведенной партии¹. Тем самым изначально исключена возможность сплошного контроля (как всего бетона в партии, так и всех произведенных партий). При назначении планов выборочного контроля (англ. *sampling inspection plan*) принимают во внимание то обстоятельство, что изготовление и испытание контрольных образцов (кубов, цилиндров) является трудоемкой и дорогостоящей процедурой. Исходя из этого, размеры выборок, включающих опытные образцы, изготовленные из одной пробы, стараются ограничить, равно как и частоту отбора проб. Вместе с тем, при назначении критериев соответствия стараются исключить, по возможности, неопределенности статистического оценивания, основанного на случайных выборках результатов испытаний из популяции.

Следует отметить и еще один достаточно серьезный недостаток оценивания выборок, составленных из результатов испытаний прочности бетона. В соответствии с действующими стандартами, контрольные образцы испытывают в возрасте 28 суток. Полученные результаты испытаний могут быть использованы, главным образом, для подтверждения запланированной ожидаемой прочности — в ряде случаев уже после возведения конструктивного элемента.

В течение последних нескольких десятилетий наблюдается значительный прогресс в разработке статистических методов оценивания качества бетона по критериям соответствия, основанных на планах выборочного контроля качества бетона и соответствующих операционных характеристиках (англ. *operating characteristics*) [6—8]. Применяемая теория выборок дает возможность сделать заключение об ожидаемом качестве (соответствии) проверяемой партии по результатам испытания отдельной пробы (выборки), изготовленной из этой партии. Следует отметить, что такие выборочные оценки всегда содержат т.н. несовершенства или неопределенности.

¹ Здесь следует обратить внимание на одно важное обстоятельство. В некоторых переводах существует неверная трактовка термина «проба» (*sample*), что далее дает неверное представление о термине «единичный результат испытания». В контексте EN 206-1:2000, как впрочем, и ACI 214R, *проба* означает ограниченный объем бетона, отобранный из произведенной партии, из которого приготавливают не менее двух контрольных образцов — кубов или цилиндров (*specimen's*). Среднее значение из результатов испытаний этих образцов дает единичный результат испытания прочности для пробы. Это значение участвует в статистическом оценивании.

Обычно выделяют два вида планов выборочного контроля: контроль по качественным признакам и контроль по переменным. Основные правила контроля по качественным признакам подробно описаны в работе [7].

Контроль по переменным, по сравнению с контролем по признакам, более информативен. Спецификация испытаний в этом случае должна включать:

— выборку размером n из контролируемой партии;

— определение размера критерия $z = \bar{x} - k \cdot \sigma$;

— сравнение полученного размера критерия z с требуемым значением β_N : если $z \geq \beta_N$ — партия принимается, если $z < \beta_N$ — партия бракуется.

Здесь \bar{x} — среднее значение оцениваемого свойства для пробы (выборки);

σ — стандартное отклонение для популяции;

k — коэффициент соответствия, получаемый из сопутствующей операционной характеристики в зависимости от допустимой доли дефектов p (%) и размера выборки n .

Как и при контроле по качественным признакам, в случае контроля по переменным возможно построить соответствующую операционную характеристику (англ. OC-line), связывающую вероятность приемки w партии с выявленной долей дефектов p (см. рис. 1). Правила построения операционных характеристик подробно рассмотрены, на-

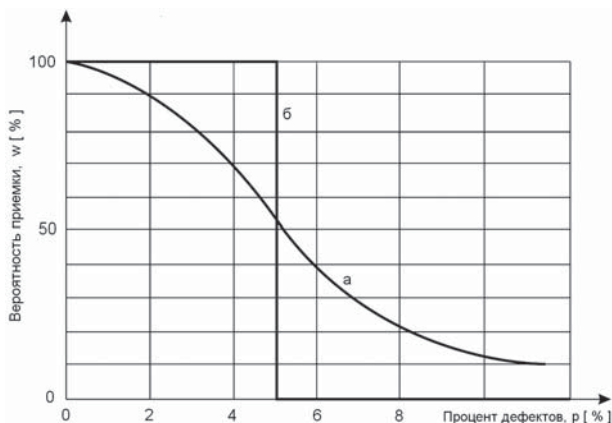


Рисунок 1. Операционная характеристика для плана выборочного контроля при $n=50$, $c=2$ (а) и идеальная операционная характеристика при $p \leq 5\%$ (б) [7]

пример, в работе [7] и, применительно к EN 206-1:2000, — в работах [6—9]. Метод контроля по переменным положен в основу оценивания по критериям соответствия, принятым в EN 206-1 (2000) [1].

ИЗМЕНЧИВОСТЬ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА

При выполнении статистического анализа в большинстве случаев принимается допущение о том, что для любого (малого или большого) производства локальные вариации прочности изготовленного бетона являются непрерывными величинами. По существу, единичный результат испытания контрольного образца (куба или цилиндра) дает довольно ограниченную информацию даже о партии произведенного бетона, из которой он был отобран, так как внутри самой партии может иметь место бесконечное множество вариаций прочности. При этом можно уверенно предположить, что *внутрипартионная* (или внутритестовая, по версии ACI 214R) изменчивость, будет существенно меньше *межпартионной* — хотя бы потому, что весь бетон в пределах одной партии будет тщательно перемешан (конечно, если нет существенных отклонений в технологическом процессе), но нет никаких причин, по которым следовало бы предварительно смешивать отдельные партии бетона до его укладки в конструкцию.

В соответствии с ACI 214R-02 ([3]), в качестве основных источников изменчивости результатов испытаний принято рассматривать:

Вариации, обусловленные неопределенностями в процессе отбора проб бетона, при подготовке контрольных образцов (включая формирование, уплотнение, выравнивание граней), их хранение и проведение испытаний, и выражающиеся в т.н. *внутритестовой изменчивости* (англ. *within-test variation*). Здесь принимается во внимание, что единичный результат испытаний прочности связывают с отдельной партией произведенного бетона (замесом, миксером и т.д.);

Вариации, обусловленные, главным образом, отклонениями в технологическом процессе производства бетона (включая качества и характеристики свойств исходных материалов для приготовления бетонной смеси, точность дозирования компонентов, качество перемешивания и т.д.), в транспортировке и укладке бетонной смеси, в хранении и т.д., и выражающиеся т.н. *межпартионной изменчивостью* (англ. *batch-to-batch variation*). Как было показано выше, заключение о соответствии прочности бетона может быть сделано только на основании оценивания результатов испытаний репрезентативных выборок.

Случайные вариации в оцениваемых характеристиках свойств могут быть либо неопределенными, либо установленными (выявленными) путем измерений, в зависимости от источника их происхождения.

Стабильные процессы обладают только случайными вариациями. Вариации, установленные измерениями, оценивают по результатам систематических испытаний (измерений) и обычно выражают смещениями некоторых базовых статистических характеристик. В табл. 1 представлены основные источники изменчивости прочности бетона, согласно ACI 214R-02 (2002).

Внутрирестовая изменчивость, обусловленная, главным образом, процедурой испытаний (см. табл. 1), базируется на оценивании различий в прочности контрольных образцов-близнецов, из испытаний которых определяется единичный результат испытаний. В соответствии с американским подходом, изложенным в ACI 214R-02 (2002), внутрирестовое стандартное отклонение s_1 и внутрирестовый коэффициент вариаций v_1 для пробы (выборки) определяют из величины среднего размаха \bar{R} , рассчитанного, как минимум, из 10 последовательных результатов испытаний прочности проб, полученных из бетонной смеси одного класса и испытанных в одинаковом возрасте:

$$s_1 = \frac{1}{d_2} \bar{R}, \quad (1)$$

$$v_1 = \frac{s_1}{\bar{X}} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где \bar{R} — среднее значение внутрирестового размаха, найденное из результатов, как минимум, 10 последовательных испытаний отдельных партий;

d_2 — коэффициент для расчета внутрирестового стандартного отклонения, принимаемый по табл. 2;

\bar{X} — среднее значение результатов испытаний прочности.

Например, если из каждой пробы бетона было изготовлено по 2 образца и среднее значение размаха $\bar{R} = 1,75$ Н/мм² (из 10 отдельных проб), оценочное значение внутрирестового стандартного отклонения составит $s_1 = 1,75 / 1,128 = 1,55$ Н/мм² (по табл. 2: $d_2 = 1,128$ при $n = 2$ в отдельной пробе).

При этом следует иметь в виду, что выявить внутрирестовую изменчивость путем сравнения прочностей для выборки образцов-близнецов, приготовленных из одной пробы бетона, не представляется возможным (даже при относительно большом размере выборки). Вариации прочности могут оказаться малыми даже для «плохого» бетона, если испытания проведены удовлетворительно, т.е. выполнялись единообразно, в одинаковых условиях.

Таблица 1

Основные источники изменчивости прочности бетона [3]

Вариации, обусловленные свойствами бетона	Вариации, обусловленные методами испытаний
<p>1. Отклонения от проектного значения водоцементного отношения (w/c), вызванные:</p> <ul style="list-style-type: none"> – неудовлетворительной точностью дозирования воды; – чрезмерными вариациями влажности заполнителей или погрешностями в ее измерении; – повторным добавлением воды и перемешиванием. <p>2. Вариации в водопотребности, вызванные:</p> <ul style="list-style-type: none"> – отклонениями в гранулометрии, форме заполнителя; – изменениями в количестве (объеме) вовлеченного воздуха; – временем поставки и температурными изменениями. <p>3. Вариации в характеристиках и свойствах составляющих:</p> <ul style="list-style-type: none"> – заполнителей; – цемента и добавок. <p>4. Вариации в режимах перемешивания, транспортировки, укладки и уплотнении бетонной смеси.</p> <p>5. Вариации в условиях хранения, включая температуру бетона.</p>	<p>1. Несоответствующая процедура отбора проб.</p> <p>2. Вариации, вызванные методами приготовления контрольных образцов, включая:</p> <ul style="list-style-type: none"> – формование, уплотнение, хранение свежизготовленных образцов (кубов, цилиндров); – плохое качество, повреждения и поломку форм. <p>3. Отклонения от стандартных условий хранения:</p> <ul style="list-style-type: none"> – вариации температуры; – вариации в контроле влажности; – несвоевременная доставка образцов в лабораторию и опоздание с началом стандартного хранения. <p>4. Неудовлетворительная процедура испытаний, включая:</p> <ul style="list-style-type: none"> – подготовку образцов; – процедуру испытаний; – не поверенное оборудование.

Таблица 2

Коэффициент для расчета внутритестового стандартного отклонения [3]

Количество образцов в пробе	Значение коэффициента d_2
2	1,128
3	1,693
4	2,059

Примечание. Данная таблица соответствует Table 49, ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis, MNL7. Согласно указаниям, приведенные в ASTM C 39, значение внутритестового коэффициента вариаций для образцов, изготовленных в лабораторных условиях, допустимо принимать: $v_1=2,37\%$, а в условиях строительной площадки: $v_1=2,87\%$.

Межпартионная изменчивость отражает вариации, наблюдаемые в результатах испытаний прочности для различных испытаний бетона (партия в данном случае — отдельный замес, миксер и т.д.), обусловленные изменчивостью в характеристиках свойств составляющих бетонной смеси, технологией приготовления бетонной смеси и процедурой отбора проб. Межпартионная изменчивость может быть оценена только в том случае, если каждый единичный результат испытаний принадлежит отдельной партии бетона (замес, миксер и т.п.). Общая изменчивость, выраженная σ (для популяции) или S (для пробы), включает две рассмотренные выше компоненты изменчивости:

- внутритестовую σ_1 (или S_1 , см. (1));
- межпартионную σ_2 (или S_2).

Дисперсия для отдельной выборки может быть определена согласно ACI 214R-02:

$$s^2 = s_1^2 + s_2^2, \quad (3)$$

откуда стандартное отклонение для межпартионной изменчивости:

$$s_2 = \sqrt{s^2 - s_1^2}. \quad (4)$$

Например, если общее стандартное отклонение для выборки, определенное из статистического анализа многократно повторяющихся партий бетона одного класса по прочности составляет $S=3,14$ Н/мм², а рассчитанное по (1) оценочное значение внутритестового стандартного отклонения составляет $S_1=1,55$ Н/мм², тогда межпартионное среднеквадратичное отклонение по (4) составит $S_2=2,73$ Н/мм².

В американской практике (ACI 214R-02) значения общего и внутритестового стандартного отклонений используется для оценки уровней контроля качества (например, см. табл. 3). В европейской практике оценивание внутритестовой изменчивости не выполняется. Это объясняется принятыми подходами при калибровке коэффициентов соответствия, используемых в критериях по EN 206-1 (2000) [1], и базируется на упрощенном утверждении, что внутритестовая изменчивость вносит малый вклад в общую изменчивость [6].

Как следует из [10], межпартионная изменчивость может быть существенной и трудно заранее установить некоторое значение параметра, которое являлось бы ограничением.

Таблица 3

Уровни контроля качества [3]

Общая изменчивость					
Класс операции	Стандартное отклонение для различных уровней контроля, Н/мм ²				
	Отличный	Очень хороший	Хороший	Удовлетворительный	Неудовлетворительный
Испытания на производстве	ниже 2,8	от 2,8 до 3,4	от 3,4 до 4,1	от 4,1 до 4,8	свыше 4,8
Испытания лабораторных партий	ниже 1,4	от 1,4 до 1,7	от 1,7 до 2,1	от 2,1 до 2,4	свыше 2,4
Внутрирестовая изменчивость					
Коэффициент вариации для различных условий контроля, %					
Испытания на производстве	ниже 3,0	от 3,0 до 4,0	от 4,0 до 5,0	от 5,0 до 6,0	свыше 6,0
Испытания лабораторных партий	ниже 2,0	от 2,0 до 3,0	от 3,0 до 4,0	от 4,0 до 5,0	свыше 5,0

Даже если учесть, что данные о фактическом интервале внутрипартионной (внутрирестовой) изменчивости довольно размыты, можно акцентировать внимание на двух важных, на наш взгляд, аспектах. Во-первых, следует ожидать, что нет прямой связи между внутрипартионной (внутрирестовой) и межпартионной изменчивостью, и, во-вторых, можно обоснованно утверждать, что межпартионная изменчивость является, очевидно, более значительной по сравнению с внутрипартионной (внутрирестовой) изменчивостью в случае, если испытания выполнены в строгом соответствии со стандартом. В этом смысле единственный результат испытания образца пробы, взятой из партии, позволяет утверждать, что прочность бетона во всей партии находится в пределах внутрирестовой изменчивости.

КРИТЕРИИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ СООТВЕТСТВИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЛАНОВ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Как следует из комментариев к EN 206-1, опубликованных в различных источниках [6—9,12], правила оценивания прочности бетона по критериям соответствия базируются на обработке выборок данных, полученных при компьютерном моделировании случайных наборов чисел (метод симуляций) и анализе реальной продукции для ряда бетонных заводов Европы. В работе [17] показано, что анализировались выборочные данные, полученные по различным видам производств, условно разделенных на четыре группы:

- крупные (large volume) стабильные предприятия;
- крупные нестабильные предприятия;
- мелкие (low volume) предприятия, на которых отбор проб производят *регулярно*;
- мелкие предприятия, на которых отбор проб производят *нерегулярно*.

Результаты анализа показали, что наибольший риск производитель имеет крупные, сильно загруженные предприятия, выполняющие отбор проб с высокой частотой. Это обусловлено тем обстоятельством, что всегда существует риск поставки определенной партии т.н. «дефектного» бетона прежде, чем любая из проблем, влияющих на его качество (а, в частности, на прочность) будет выявлена и устранена, либо скорректирована до приемлемого уровня.

Следует обратить внимание на следующее обстоятельство. Как следует из п. 9.1 EN 206-1, система производственного контроля включает в себя контроль соответствия. Вместе с тем, EN 206-1 утверждает, что производитель должен организовать систему производственного контроля независимо от контроля соответствия. Поэтому для исключения неоднозначной трактовки будем использовать термин «производственный контроль» (англ. production control) только в тех случаях, когда выполняются действия, направленные на обеспечение контроля качества продукции (например, CUSUM [3] и т.д.).

В соответствии с концепцией, принятой в EN 206-1, производитель при поставке бетона на рынок должен нести ответственность за то, что поставляемый материал соответствует спецификации. Это общее требование Директивы 106/ЕС, направленное на исключение поставок некачественных материалов, не удовлетворяющих установленным критериям соответствия. Как было показано в наших работах, например [13], в случае поставок бетона имеет место парадоксальная ситуация: поставляя бетонную смесь, производитель должен гарантировать качество затвердевшего (впоследствии) бетона. Компромисс в данном случае был найден в соглашении о том, что бетон поставляется на рынок с декларируемым классом прочности по спецификации, и производитель (поставщик) должен в обязательном порядке информировать потребителя в том случае, если в последующих испытаниях отобранных проб бетона будет обнаружено несоответствие. Таким образом, правила контроля качества бетона по EN 206-1 сформулированы на основе подхода, согласно которому только собственно производитель выполняет проверку соответствия. Как отмечается в работе [17], любые изменения в принятом подходе требуют значительных,

фундаментальных корректировок принятых правил оценивания соответствия. Вместе с тем, положения EN 206-1 допускают, что потребитель (заказчик) может выполнить испытания поставляемого бетона по критерию идентичности заявленному классу (см. табл. 4).

Таблица 4

Критерии соответствия прочности бетона при сжатии [1]

Характеристика производства	Количество «n» результатов испытаний прочности	Критерий 1	Критерий 2
		среднее из «n» результатов (f_{cm}), Н/мм ²	Каждый отдельный (индивидуальный) результат (f_{ci}), Н/мм ²
Начальное	3	$\geq f_{ck} + 4$	$\geq f_{ck} - 4$
Установившееся (постоянное)	15	$\geq f_{ck} + 1,48\sigma$	$\geq f_{ck} - 4$
<i>Примечание.</i> Стандартное отклонение σ определяется по выборке не менее 35 единичных результатов испытаний, полученных за оценочный период, составляющий не более 3 месяцев и который предшествует периоду изготовления, в течение которого производят оценку соответствия			

Согласно п. 8.2.1.3 EN 206-1:2000 (СТБ EN 206-2009) подтверждение соответствия прочности бетона следует выполнять по результатам испытаний образцов в возрасте 28 суток:

— по выборке из «n» последовательных неперекрывающихся или перекрывающихся результатов f_{cm} (критерий 1);

— по каждому отдельному индивидуальному результату испытания f_{ci} (критерий 2).

При этом в тексте EN 206-1:2000 сделано примечание, что критерии соответствия разработаны на основе неперекрывающихся результатов.

Считается, что соответствие прочности бетона обеспечено при выполнении обоих критериев, указанных в табл. 4.

Отметим также, что критерии соответствия, представленные в таблице 4, имеют различные уровни научного обоснования. При этом основное внимание уделяется обоснованию критерия 1 применительно к контролю соответствия прочности бетона в установившемся производстве, а его пригодность для начального производства обоснована крайне ограниченно.

В рамках принятых в EN 206-1:2000 контрольных планов, частота (периодичность) отбора проб для начального и установившегося производства определяется, как приведено в табл. 5.

Минимальная периодичность обора проб для оценки соответствия прочности бетона [1]

Характеристика производства	Минимальная периодичность отбора проб		
	первые 50 м ³ произведенного бетона	после первых 50 м ³ произведенного бетона	
		сертифицированное производство	не сертифицированное производство
Начальное	3 пробы	1 / 200 м ³ или 2 / производственную неделю	1 / 150 м ³ или 1 / производственную неделю
Установившееся (постоянное)		1 / 400 м ³ или 1 / производственную неделю	

Критерии оценивания соответствия для установившегося производства

При использовании идеальной фильтрационной характеристической функции (операционная характеристика b на рис. 1), в соответствии с концепцией «характеристической прочности» возможны ситуации, в которых 5% «хорошего» бетона может быть отбраковано и, напротив, 94% «плохого» бетона может оказаться вполне удовлетворительным. Еще раз подчеркнем, что в рамках принятой концепции любая вариация прочности бетона является случайной (заранее непредсказуемой), поэтому принимаемые вербальные (номинальные) оценки — «хороший» либо «плохой» — относятся ко всей популяции данного бетона, произведенного за установленный оценочный период.

В последнем случае (когда качество 94% «плохого» бетона может быть вполне удовлетворительным), по мнению A. Beal [15], всегда будет существовать соблазн попытаться выявить, локализовать и отбраковать только 6% дефектного материала из всего произведенного бетона. К сожалению, это не может быть выполнено практически, если вариации прочности бетона являются полностью случайными.

Согласно [6, 12] доля дефектов в общем случае может быть определена как вероятность:

$$p = P \left[x \leq f_{ck} \right], \quad (5)$$

где x — результат испытания прочности бетона на сжатие, рассматриваемый как случайная переменная.

Однако на практике при проведении выборочных испытаний доля дефектов p (т.е. результатов испытаний, которые будут меньше, чем ха-

ракетрическая прочность f_{ck}) может оказаться как большей, так и меньшей установленного 5%-го квантиля распределения плотности вероятности прочности для гипотетически бесконечной выборки (популяции).

Как было показано выше, в концепции EN 206-1 контроль соответствия всегда базируется на результатах испытаний пробы ограниченных размеров (планы выборочного контроля по переменным), по которой делают заключение о соответствии всей популяции.

Согласно EN206-1 ([1]) в общем случае критерии соответствия имеют вид:

$$\bar{x}_n \geq f_{ck} + \lambda \cdot \sigma_i; \quad (6)$$

$$\bar{x}_n \geq f_{ck} + \lambda \cdot s_n, \quad (7)$$

где n — количество результатов испытаний;

\bar{x}_n — среднее значение результатов испытаний прочности;

σ_i — известное стандартное отклонение для популяции;

s_n — стандартное отклонение, полученное из обработки результатов выборочных испытаний;

λ — параметр критерия соответствия.

Значение параметра λ для каждого критерия определяется с использованием процедуры AOQL (average outgoing quality limit) в сочетании с использованием симуляции Monte Carlo. Методические основы определения критериев λ детально рассмотрены в работах [6, 12], ниже в краткой форме рассмотрим наиболее упрощенные подходы к назначению параметров критериев соответствия с применением операционных характеристик.

При выводе критериев принято, что прочность бетона (как основное свойство) подчиняется нормальному закону распределения со средним μ и стандартным отклонением σ . Тогда размер критерия $z_i = \bar{x}_i - \lambda \cdot \sigma$, определенный из достаточного числа результатов испытаний отдельных партий (не менее 35), также подчиняется нормальному распределению со средним $\xi = \mu - \lambda \cdot \sigma$ и стандартным отклонением $\sigma_2 = \sigma / \sqrt{n}$. На рис. 2 показана функция распределения плотности вероятности для свойства x , а ниже (на той же шкале абсцисс) — функция распределения критерия z , который является большим, чем f_{ck} , и поэтому партия будет принята в w (%) случаях. При различных долях дефектов имеют место различные вероятности приемки партии.

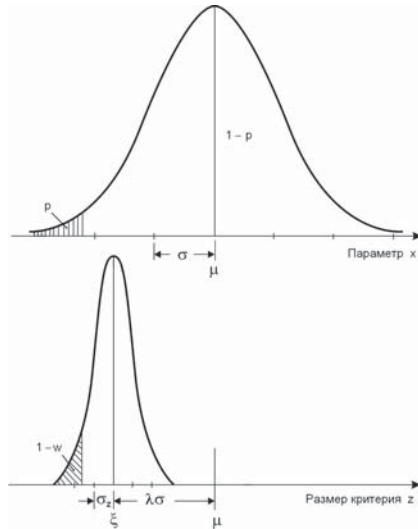


Рисунок 2. Распределение свойства x (вверху) и размер критерия z (внизу) (согласно Blaut Н. [7])

Если найденную таким образом вероятность приемки w построить графически, поставив ее в зависимость от доли дефектов (брака p), то данная кривая и будет являться операционной характеристикой (ОС—line) для всего бетона данного класса. На рис. 3 показан пример построения операционной характеристики для $\lambda = 1,65$ и $n = 10; 20; 30$.

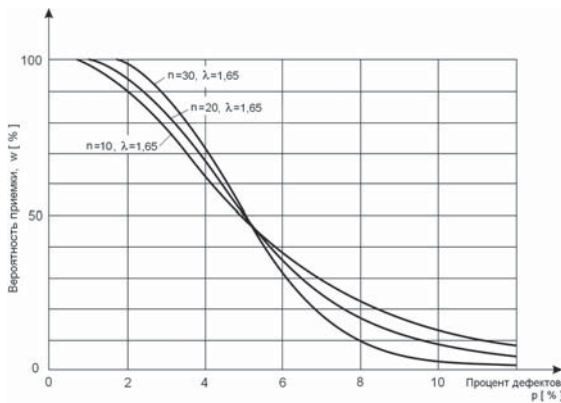


Рисунок 3. Операционная характеристика для контроля по переменным (согласно Blaut Н. [7])

Для оценки соответствия на основе $n=15$ автокоррелированных результатов испытаний прочности, статистическое исследование совместно с оптимизационной процедурой AOQL, выполненное в работах [6,12], позволило получить значения: $\lambda = 1,29$ для уравнения (6) и $\lambda = 1,48$ для уравнения (7).

В общем случае, критерий соответствия вида $x_{\min} \geq f_{ck} - k_2$ (здесь x_{\min} — наименьшее значение в пробе) используется в комбинации с критерием (6) или (7), что дает следующий обобщенный критерий:

$$\begin{cases} \bar{x}_n \geq f_{ck} + \lambda \sigma_i \\ x_{\min} \geq f_{ck} - k_2 \end{cases} \quad (8)$$

Обобщенный критерий соответствия используется в EN 206-1 (2000) в случае установившегося (непрерывного) производственного контроля с параметрами $n=15$; $\lambda = 1,48$ и $k_2=4$ Н/мм². Значение σ_i оценивается с использованием как минимум 35 последовательных результатов испытаний прочности, полученных за период времени, не превышающий 3 месяца. Такое значение может быть внесено в уравнение (8) при условии, что стандартное отклонение как минимум 15 результатов (s_{15}) не отличается существенно от σ . Это соответствует условию $0,63\sigma_i \leq s_{15} \leq 1,37\sigma_i$.

Критерии оценивания соответствия для начального производства

Как следует из табл. 4, на стадии начального (или первичного) производства, длящегося, по концепции EN 206-1, до накопления как минимум 35 единичных результатов, используется критерий 2 для оценивания единичного результата испытаний прочности ($f_{ci} \geq f_{ck} - 4$) и критерий 1 для оценивания среднего из трех последовательных перекрывающихся или неперекрывающихся результатов ($f_{cm,3} \geq f_{ck} + 4$). Эти критерии предложено применять в том случае, когда стандартное отклонение для конкретного производства неизвестно.

Как показано в работе [18], риск несоответствия по обобщенному критерию EN 206-1 для начального производства является достаточно высоким (см. табл. 6).

Несложно заметить, что при малых стандартных отклонениях существует значительный риск несоответствия критериям начального производства даже при $M=2,33\sigma$ (значение нижней квантили, близкой к расчетной прочности бетона согласно EN 1992-1-1). Очевидно, что это будет наиболее ощутимым для бетонов низких классов. Выполнение весьма жестких критериев начального производства ведет к заведомо неэкономичным результатам для производителя.

Таблица 6

Вероятность (%) несоответствия с требованиям критериев EN 206-1:2000 для начального производства (по данным [18])

Положение нижней квантили, М	Нормальное распределение при стандартном отклонении, Н/мм ²		
	3,0	4,0	5,0
1,64σ	28,41	11,11	6,25
2,0σ	10,45	3,81	1,62
2,33σ	4,08	1,01	0,25

По существу, индивидуальный критерий (вида $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ по концепции EN 206-1) является абсолютным критерием, который применяется как для начального (первичного), так и для установившегося производства. Критерий 2 принято также представлять в виде:

$$f_{ci} \geq f_{ck} - k_2, \quad (9)$$

где k_2 — некоторое допустимое отклонение критерия от характеристической прочности бетона (Н/мм²).

Следует также отметить, что в нормах различных стран предложено применять различные значения k_2 в критерии 2 (см. табл. 7)

Таблица 7

Критерии для оценивания начального производства по нормам различных стран

Источник	Критерий 1		Критерий 2
	среднее значение из группы результатов* $f_{cm,n}$, Н/мм ² , не менее чем		любой индивидуальный результат f_{ci} , Н/мм ² , не менее чем
EN 206-1:2000 (независимо от класса бетона по прочности)	$f_{ck} - 4$		$f_{ck} + 4$
IS 456: 2000 при классе бетона: C ¹⁶ / ₂₀ и ниже C ²⁰ / ₂₅ и выше	$f_{ck} - 3$		$f_{ck} + 3$
	$f_{ck} - 4$		$f_{ck} + 3$
CEDT 4/8/2 (Hong Kong) при классе бетона: C ¹⁶ / ₂₀ и ниже C ²⁰ / ₂₅ и выше	C ₁	$f_{ck} - 2$	$f_{ck} + 7$
	C ₂	$f_{ck} - 2$	$f_{ck} + 5$
	C ₃	$f_{ck} - 2$	$f_{ck} + 3$

* *Примечание.* Для EN 206-1 — группа из любых последовательных результатов испытаний $n=3$; для IS 456: 2000 — $n=4$; для CEDT 4/8/2 — $n=4$

Анализ показывает, что как EN 206-1:2000 [1], так и другие нормы не содержат ясных подходов к назначению критериев, применяемых для оценивания т.н. «малых» производств (low-volume production), изготавливающих бетон отдельными относительно малыми партиями. На практике это зачастую сводится к эпизодическому производству различных объемов бетона одного класса.

В соответствии с EN 206-1:2000 в таких случаях рекомендовано выполнять проверки соответствия по критериям, установленным для начального производства [1]. Это, несомненно, ведет к тому, что «малый» производитель оказывается в экономически невыгодных условиях по отношению к крупному производителю. Кроме того, как показывает опыт, в некоторых случаях для хорошо работающего малого производства не удастся накопить 35 единичных результатов в течение оценочного периода — при установленных в нормах правилах, касающихся частоты отбора проб.

Как показано в [14,15], для производств, изготавливающих относительно малые объемы бетона, концепция оценивания процента (доли) «дефектов» *представляет скорее академический интерес*. Например, в ситуации, когда поставщик производит в среднем 2% т.н. «дефектного» бетона и для поставки заказано 100 миксеров бетона, предполагается, что два из них будут неудовлетворительными, а оставшиеся 98 — будут удовлетворять назначенным критериям. Однако поскольку имеет место случайная вариация, то, соответственно, нет гарантии, что «дефектный» бетон действительно будет поставлен на строительную площадку, и наоборот — что 3 или 4 миксера будут содержать этот «дефектный» бетон. Согласно [15] вероятность P_d поставки d дефектных партий в T партиях, при условии, что все они извлечены из гипотетически бесконечной производимой популяции, содержащей общую долю дефектов p (%), может быть рассчитано как:

$$P_d = \frac{T!(1-p)^{T-d} p^d}{d!(T-d)!}. \quad (10)$$

Принимая концепцию оценивания соответствия по выявленной доле дефектов, непременно приходится иметь дело с анализом выборок или групп результатов, входящих в назначенный выборочный план. При этом в EN 206-1, ACI 214R и др. стандартах оценивание выполняют как по единичному результату испытаний (критерий 2), так и по среднему значению из « n » последовательных результатов испытаний (критерий 1, например, $n=3$ для EN 206-1 и $n=4$ для ACI 214R).

При этом, как было показано ранее, согласно EN 206-1 невыполнение любого из двух критериев ведет к выбраковке партий, входящих в оцениваемую группу. В результате возникает неоднозначная ситуация для оценивания. Так, для практикующего инженера трудно найти логическое объяснение тому, что партия бетона, которая еще вчера была принята как пригодная при оценивании по критерию единичного результата испытания прочности, уже сегодня не является таковой по результатам оценивания выборки из «*n*» последовательных результатов. Очевидно, что эта проблема является общей для методов, содержащих критерии, основанные на оценивании выборок (или групп). Как следует из [14], на практике критерий 1, являющийся центральным критерием EN 206-1, часто просто игнорируется как производителем, так и потребителем. Так, в американской практике отмечается [3], что невыполнение критерия 1 следует рассматривать скорее как некоторый «индикатор» (или «сигнальную лампочку») в производственном процессе, но не повод, по которому следует отбраковывать всю группу как неудовлетворительную (безусловно, если выполнен критерий 2 для единичных результатов испытания прочности).

Например, если произведено испытание трех партий и все единичные результаты удовлетворяют критерию 2, а среднее из трех испытаний не удовлетворяет критерию 1, то логично предположить следующее:

— либо т.н. «дефектные» партии (если они действительно существуют) расположились «между» тех партий, которые были отобраны для контроля и оказались удовлетворительными по критерию 2;

— либо эти «дефектные» партии должны появиться при последующем производстве (однако гарантированное их обнаружение возможно лишь при сплошном контроле).

Таким образом, дефектные партии весьма вероятно могут оказаться среди тех партий, которые не подвергались испытаниям либо не будут им подвергаться (эта вероятность, конечно, зависит и от частоты отбора проб, определенной выборочным планом). В таком случае возникает вопрос, на основании каких соображений должны быть отбракованы партии, удовлетворяющие критерию 2, и как выявить дефектные партии среди тех, которые не подвергнуты испытаниям, но поставлены на строительный объект? Данный вопрос может быть сформулирован и по-другому: где в таком случае располагаются дефектные партии, которые подобным образом оказывают влияние на средний результат и почему по данному критерию отбраковывается целая группа результатов?

В силу названных обстоятельств, в работе [14] сделан вывод, что правила EN 206-1:2000 «непрактичны, нелогичны и дают непредсказуемый результат...»². Одной из причин, приводящих к такому выводу, является отсутствие единого методического подхода к назначению критериев, как для начального, так и для установившегося производства, хотя в обоих случаях требуется выполнить оценку соответствия произведенного бетона по характеристической прочности или доле дефектов в генеральной совокупности.

ОЦЕНКА КВАНТИЛЕЙ НЕИЗВЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СТАТИСТИК

Оценка положения квантили в пределах диапазона измеренных значений прочности

Как следует из приведенного выше анализа, основными проблемами статистического контроля качества бетона, производимого небольшими партиями, являются:

а) малый объем выборки испытываемых образцов (выполненных измерений X_i), что обуславливает низкую доверительную вероятность получаемых статистических оценок;

б) отсутствие достаточных априорных сведений об объекте контроля, что не позволяет сделать сколь-нибудь уверенные предположения о виде распределения вероятности $F_{(x)}$ измеряемого параметра прочности x .

В данных условиях применение широко известных параметрических способов статистической обработки малоэффективно (например, используемые обычно оценки математического ожидания и дисперсии оптимальны лишь для нормальных случайных чисел). Альтернативой может стать применение непараметрических, например ранговых (порядковых) статистик, которые, во-первых, совершенно не зависят от вида распределения $F_{(x)}$ случайной величины, а во-вторых — имеют развитые функциональные возможности [19,20].

Подобные попытки предприняты в стандарте ISO 12491:1997 Статистические методы контроля качества строительных материалов и изделий. Так, в § 6.6 данного стандарта в качестве метода оценки квантилей предлагается простейшая процедура, основанная на порядковых статистиках. Выборку измерений X_1, X_2, \dots, X_n следует преобразо-

² “The current BS EN 206-1 rules are impractical, illogical, give unpredictable results and put too much concrete at risk on single decision” A. Beal [14]

вать в вариационный ряд $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$, а затем определить оценку квантили X_p уровня p в виде $X_p = X_{(k+1)}$, где k — целое число, удовлетворяющее неравенству $k \leq np < k + 1$.

Приведенное затем в стандарте соотношение для плотности распределения оценки квантили, по сути, неприменимо на практике, поскольку содержит вероятностные функцию и плотность распределения совокупности (если речь идет о локальной, т.е. оцениваемой совокупности, то эти параметры априори неизвестны, а генеральная совокупность, как отмечалось ранее, является гипотетической). Далее в § 6.6 стандарта изложены рекомендации по оценке квантилей даже для малых значений n (вплоть до $n=3$), основанные опять же на предположении о нормальном распределении совокупности, а потому не имеющие отношения к математическому аппарату порядковых статистик.

Помимо того, что получаемые в результате оценки являются точечными, а потому ненадежными, данная процедура малоэффективна при небольших объемах выборки (т.е. в большинстве практических случаев). Так, при выполнении соотношения $np < 1$ оценка квантили всегда будет совпадать с первым членом вариационного ряда $X_{(1)}$ и будет скорее завышенной, так как результаты измерений, близкие к значению квантили невысокого уровня, крайне редко вообще попадут в небольшую выборку. Поэтому истинное значение квантили почти всегда будет меньше (возможно, даже существенно) минимального значения выборки. Поскольку вероятность превышения любым отдельным измерением значения квантили X_p очевидно равна $1-p$, вероятность превышения этой же квантили всеми n измерениями составит $(1-p)^n$. Например, если выполнено $n=6$ измерений, истинная квантиль $X_{0,05}$ не превысит $X_{(1)}$ с вероятностью $0,735$ (т.е. почти в $3/4$ случаев). Чтобы утверждать, что квантиль X_p войдет в диапазон, покрываемый выборкой измерений $X_{(1)} \dots X_{(n)}$, с вероятностью не менее $0,5$, необходимо выполнение условия $n \geq \log 0.5 / \log(1-p)$. Для типичного значения $p=0,05$ имеем: $n \geq 14$. Практическую актуальность, однако, имеет задача оценки положения хотя бы медианы квантили на основании анализа существенно меньших выборок ($n=4 \dots 10$).

Для решения этой задачи предлагается использовать способ интервального оценивания квантилей, основанный на свойствах непараметрических статистик [20].

Квантиль X_p уровня p может быть определена как принадлежащая доверительному непараметрическому интервалу $[X_{(r)}, X_{(s)}]$ с вероятностью (коэффициентом доверия) $\gamma_{(r,s)}$, определяемой по формуле:

$$\gamma_{(r\dots s)} = \Pr \left\{ \tilde{F}(X_{(r)}) \leq p \leq \tilde{F}(X_{(s)}) \right\} = I_p(r, n-r+1) - I_p(s, N-s+1), \quad (11)$$

где $I_p(a, b)$ — неполная бета-функция Пирсона:

$$I_p(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^p z^{a-1} (1-z)^{b-1} dz. \quad (12)$$

Если все ранги вариационного ряда целые (в ряду отсутствуют т.н. «связки» из совпадающих измерений), гамма-функция вычисляется, как $\Gamma(a) = (a-1)!$ и соотношение (11) сводится к биномиальному распределению и может быть представлено следующим образом:

$$\gamma_{(r\dots s)} = \sum_{i=r}^{s-1} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}. \quad (13)$$

В частном случае, если интервалы определены соседними статистиками $X_{(r)}$ и $X_{(r+1)}$, выражение еще более упрощается:

$$\gamma_{(r, r+1)} = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}. \quad (14)$$

С использованием (14) в таблице 8 выполнен расчет вероятностей $\gamma_{(r, r+1)}$ для выборки из 6 измерений (вероятности расположения квантили ниже $X_{(1)}$ и выше $X_{(6)}$ вычисляются, как $\gamma_{(\dots 1)} = (1-p)^6$ и $\gamma_{(6\dots)} = p^6$, соответственно).

Таблица 8

Вероятность принадлежности квантилей непараметрическим интервалам

Обозначение вероятности принадлежности квантили X_p к интервалу $[X_{(r)}, X_{(r+1)}]$	$\gamma_{(\dots 1)}$	$\gamma_{(1-2)}$	$\gamma_{(2-3)}$	$\gamma_{(3-4)}$	$\gamma_{(4-5)}$	$\gamma_{(5-6)}$	$\gamma_{(6\dots)}$
Значение вероятности для квантили уровня $p=0,025$	0,859	0,132	0,008	2,9E-4	5,6E-6	5,7E-8	2,4E-10
Значение вероятности для квантили уровня $p=0,05$	0,735	0,232	0,031	0,002	8,5E-5	1,8E-6	1,6E-8
Значение вероятности для квантили уровня $p=0,1$	0,531	0,355	0,098	0,015	0,001	5,4E-5	1,0E-6

Обращает на себя внимание очень малая вероятность попадания квантилей в «верхнюю» часть вариационного ряда, и, напротив, весьма правдоподобное их нахождение ниже минимального значения выборки. Поскольку медиана распределения находится вне диапазона вариационного ряда, непосредственная идентификация функции $G(X_p)$ рас-

предела квантили (либо плотности ее распределения, например, путем построения гистограммы) не представляется возможной. Лишь в случае $p=0,10$ можно заключить, что медиана квантили расположена «вблизи» нижней границы ряда: $\bar{X}_p \approx X_{(1)}$.

Оценка квантилей, не покрываемых размахом эмпирической выборки

Квантили невысоких ($p \leq 0,05$) уровней соответствуют области наименьших возможных, т. е. экстремально низких значений прочности бетона (каковые, собственно, и являются критическими с точки зрения выбраковки партий бетона). Известно, что экстремальные статистические распределения допускают хорошую аппроксимацию т.н. «степенными» законами [21]. Логично поэтому предположить, что распределение $G(X_p)$ квантили X_p также пригодно для некоторой аппроксимации в области малых x , т.е. в левой «хвостовой» части распределения $F(x)$. С целью исследования некоторых свойств распределения $G(X_p)$ используем подходы, типичные для статистики экстремальных значений.

Точечные оценки вероятностей того, что квантиль не превышает значений $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ вариационного ряда, находим с использованием соотношения (13) либо путем суммирования вероятностей, рассчитанных как в таблице 8:

$$G(X_{(1)}) = \gamma_{(\dots 1)}; G(X_{(r+1)}) = G(X_{(r)}) + \gamma_{(r, r+1)}; G(X_{(r)}) = G(X_{(1)}) + \gamma_{(1, \dots r)}. \quad (15)$$

На рис. 4 представлена зависимость параметра x прочности бетона от кумулянты $1 - G(X_{0,05})$, полученная для следующей исходной выборки измерений прочности 6 тестовых образцов бетона: 41, 52, 37, 49, 47 и 51 Н/мм². Так как вероятность принадлежности квантили диапазону значений вариационного ряда при малых n невелика (в данном случае 0,265), оценку квантили снизу ($\tilde{X}_{p,\beta}$) с более высоким коэффициентом доверия $\beta = 1 - G$ (например, $\beta = 0,5$ будет соответствовать медиане квантили) можно выполнить путем подходящей экстраполяции тренда полученной зависимости. Так, простейшая линейная экстраполяция по отсчетам $X_{(2)}$ и $X_{(1)}$ дает оценку $\tilde{X}_{0,05;0,5} \approx 33,0$ Н/мм². Если использовать логарифмическую экстраполяцию по трем наименьшим отсчетам выборки $X_{(3)}$, $X_{(2)}$ и $X_{(1)}$, то результат оказывается заметно большим: $\tilde{X}_{0,05;0,5} \approx 35,5$ Н/мм² (уравнение нелинейной функции при этом содержит слагаемое 34,07 Н/мм², которое для функции, а значит и для параметра x , является асимптотой).

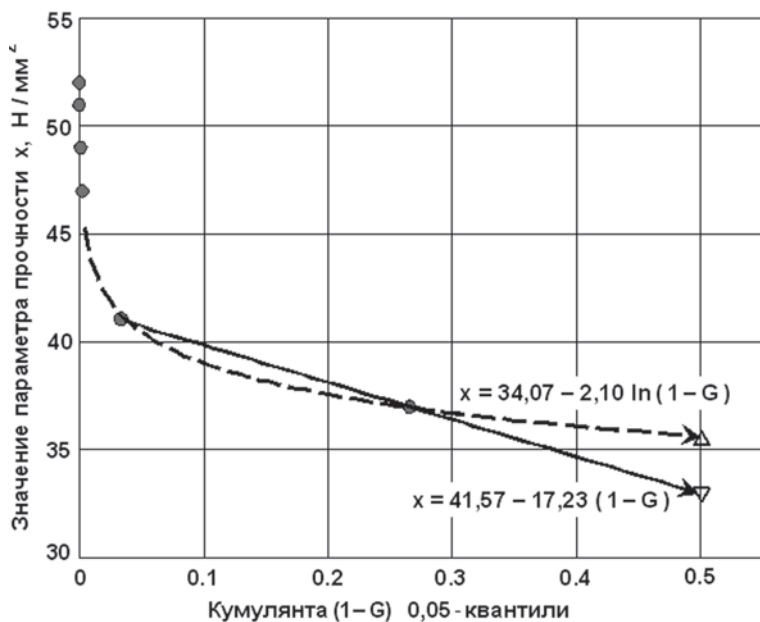


Рисунок 4. Использование вероятностного распределения кумулянты $1-G(X_p)=\beta$ квантили X_p уровня $p=0,05$ для оценки снизу $\tilde{X}_{p,\beta}$ ее медианы ($\beta=0,05$) методом линейной (сплошная линия) и логарифмической (пунктирная линия) экстраполяции

Примечательно, что в обеих указанных схемах экстраполяции не участвовали три наибольших отсчета исследуемого вариационного ряда (более того, вряд ли можно предложить какую-либо разумную схему экстраполяции с их использованием). Данный факт означает, что на положение квантили невысокого уровня решающее влияние оказывает только лишь левая часть распределения измеряемого параметра $F_{(x)}$. В то же время, широко используемые параметрические способы оценивания квантилей основываются на выборочных статистиках (среднем, дисперсии), которые зависят от всех значений выборки. Например, следуя рекомендациям стандарта ISO 12491:1997, для той же самой исходной выборки из $n=6$ результатов измерений находим: среднее значение $46,17$ Н/мм², среднеквадратическое отклонение $5,95$ Н/мм² и табличный коэффициент $k=1,75$ (соответствующий заданным вероятностям $p=0,05$ и $\beta=0,5$). Результат расчета оценки ($46,17 - 1,75 \times 5,95 \approx 35,8$ Н/мм²) хорошо согласуется с одной из найденных выше непараметрических оценок $\tilde{X}_{p,\beta}$, но оказывается весьма неустойчивым к изменениям в «верхней» части ряда — например, при-

рост наибольших значений на $7...10 \text{ Н/мм}^2$ снижает прежнее значение до 33 Н/мм^2 и менее. Для обеспечения устойчивости результата расчет следует основывать, например, на медианном значении выборки измерений (вместо выборочного среднего), а также на оценке дисперсии, выполненной только лишь по «левой» части вариационного ряда.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный анализ подходов к оцениванию качества производимого бетона с использованием планов выборочного контроля позволяет сделать следующие выводы:

1. Критерии соответствия, разработанные на основе теории выборок и внесенные в EN 206-1 (2000), позволяют осуществлять контроль качества бетона с использованием выборочных планов и сопутствующих операционных характеристик (фильтрационных кривых) и позволяют достаточно адекватно осуществлять контроль качества для установившегося (непрерывного производства).

2. Нормативные документы EN 206-1 (2000) и ACI 214R-02 (2004) не содержат обоснованных критериев для оценивания малых партий бетона, производимого эпизодически.

3. Методы порядковых статистик, в частности способ интервального оценивания квантилей, применимы для анализа положения квантилей заданного уровня, в том числе в случае «малых» выборок результатов испытаний прочности материала. Оценка квантили снизу с заданным коэффициентом доверия при малых объемах выборки может быть получена, например путем линейной или нелинейной экстраполяции кумулянты распределения квантили. Выбор наиболее эффективной экстраполирующей функции требует проведения дополнительных исследований. Независимо от вида функции, экстраполяция осуществляется по 2—3 первым (наименьшим по величине) отсчетам вариационного ряда результатов измерений. Таким образом, контроль качества малых партий бетона с точки зрения обеспечения характеристических значений его прочности, может основываться только лишь на наихудших результатах, полученных в ходе испытаний образцов.

Список цитированных источников

1. EN 206-1 (2000) Concrete — Part 1: Specification, performance, production and conformity. European Standard, CEN.
2. EN 1990 (2004). Basis of Structural Design. European Standard, CEN.
3. ACI 214R-02 (2004) Evaluation of Strength Test Results of Concrete. Reported by ACI Committee 214.

4. ACI 318 (2008) Design of concrete Structures. American Standard.
5. ISO 12491:1997 Statistical methods for quality control of building materials and components. European Standard, CEN.
6. *Caspeele, R., Taerwe L.* (2011) Variance reducing capacity of concrete conformity control in structural reliability analysis under parameter uncertainties. *W: Application of Statistics and Probability in Civil Engineering.* — Faber, Kohler. — P. 2509—2516.
7. *Blaut, H.* (1973) Sampling inspection plan and operating characteristics for concrete (1977). *Deutscher ausschuss für stahlbeton* (233):1973.
8. *Woliński, S., Skrzypczak, I.* Kryteria statystyczne zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie. *Materiały Budowlane.* N 2, 2006. — P. 20—25.
9. *Caspeele, R.* (2010) Probabilistic Evaluation of Conformity Control and the Use of Bayesian Updating Techniques in the Framework of Safety Analysis of Concrete Structures. PhD thesis, Ghent University, Ghent, Belgium. — 129 p.
10. *Cook, J.* (1982) Research and Application of High Strength Concrete Using Class C Fly Ash. *W: Concrete International*, v. 11, N 10, Oct. — P. 67—75.
11. *Neville, A.M.* (1975) The Relation between Standard Deviation and Mean Strength of Concrete Test Cubes. *Magazine of Concrete Research* (London), v. 11, N 32, July. — P. 75—84.
12. *Taerwe, L.* (2006) Analysis and modeling of autocorrelation in concrete strength series. *W: Proske D., Mehdianpours M., Proceeding 4th International Probabilistic Symposium, 12—13 October 2006, Berlin, Germany.* — P. 57—70.
13. *Тур, В.В.* Критерии оценки соответствия прочности бетона в подходах европейских и американских стандартов / В.В. Тур, С.С. Дереченник // *Вестник БрГТУ.* — 2012. — № 1. — С. 173—178.
14. *Beal, A.N.* Concrete strength testing — are the code writers getting it right? / *The Structural Engineer*, 87 (10), 19 May 2009. — P. 73.
15. *Beal, A.N.* Concrete Cube Strength — what use are Statistics? / *ICE Proc.* Part 2. December, 1981. — P. 1037—1048.
16. *Rajamane, N.P., Notaraja, M.C., Ganesan, T.P.* A technical look at «individual test result» criterion for concrete acceptance as per IS 456:2000 / *The Indian Concrete Journal*, April 2012. — P. 26—37.
17. *Crompton, S.J.* Conformity to EN 206 / *Materials of Institute of Concrete Technologies*, June, 2008. — P. 35—47.
18. *Brown, B.V., Gibb, I.* Appraisal of the EN206 strength conformity proposals for initial and acceptance testing. *CEN TC 104/SC1/T63p.* 1994. — P. 2.
19. *Дейвид, Г.* Порядковые статистики / Г. Дейвид. — М.: Наука, 1979. — 336 с.
20. *Кендалл, М.* Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. Стьюарт. — М.: Наука, 1973. — 896 с.
21. *Гумбель, Э.* Статистика экстремальных значений / Э.Гумбель. — М.: Мир, 1965. — 443 с.

Получено 15.11.12 г.