

**Рак Н.А.**, канд. техн. наук, доцент, профессор, Белорусский национальный технический университет, г. Минск

## **ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ ИХ СОЕДИНЕНИЙ С ПРИМЫКАЮЩИМИ КОНСТРУКЦИЯМИ**

### **ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS CONSIDERING THE PLIABILITY OF THEIR CONNECTIONS WITH THE ADJACENT STRUCTURES**

#### **Аннотация**

*В статье выполнена оценка влияния податливости соединений на расчетную длину колонн при расчете по недеформированной схеме. Выполнена оценка влияния податливости соединений на устойчивость колонн при расчете по деформированной схеме.*

#### **Abstract**

*In article the assessment of influence of a pliability of connections for effective length of columns at nondeformed state analysis is executed. The assessment of influence of a pliability of connections on stability of columns at deformed state analysis is executed.*

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Ранее действующие нормы проектирования железобетонных конструкций [1] в самом общем виде регламентировали только требования к прочности и долговечности соединений, оговаривая, что они должны обеспечиваться с помощью различных конструктивных и технологических мероприятий.

В отличие от [1] в действующих в настоящее время нормах [2] в подразделе 12.1 установлены более конкретные указания, касающиеся расчета соединения и соединяемых элементов. В частности установлено, что «при расчете сборных элементов следует учитывать влияние действительной деформативности и прочности соединений между ними».

Во введенном в настоящее время в Республике Беларусь европейском нормативном документе [3] указания, касающиеся расчета соединения и соединяемых элементов, приведены в разделе 10 «Дополнительные правила для сборных железобетонных элементов и конструкций».

Установлено, что расчет конструкций должен учитывать:

— поведение конструктивных элементов на всех стадиях строительства с использованием соответствующей геометрии и свойств для каждой стадии, их взаимодействие с другими элементами (например, совместная работа с монолитным бетоном, другими сборными элементами);

— поведение конструктивной системы, на которое влияет поведение соединений между элементами, с особым учетом возможной деформации и прочности соединений.

Кроме того, соединения должны быть способны сопротивляться действию нагрузок, соответствующих предпосылкам расчета, воспринимать необходимые деформации и обеспечивать живучесть конструкции.

Все перечисленное позволяет сделать вывод о том, что разработка научно обоснованных методов учета действительных условий взаимодействия железобетонных колонн с примыкающими конструкциями является важным направлением совершенствования теории и практики расчета железобетонных конструкций.

Здесь следует отметить, что на важность проведения исследований в данном направлении теории расчета железобетонных конструкций неоднократно обращалось внимание на конференциях по бетону и железобетону. Еще в 1975 г. проф. А.А. Гвоздев отмечал «...пожелания о совместном расчете надземных конструкций с фундаментами и основаниями, о широком учете пространственной работы конструкций и сооружений в целом, их геометрической и физической нелинейности, а также деформативности соединений своевременны и справедливы. Реализовать их, однако, не легко, и решение этих задач потребует немало времени и труда» [1].

Решение проблемы расчета сборных железобетонных элементов с учетом действительных условий их взаимодействия заключается в решении следующих взаимосвязанных между собой задач:

1. исследование напряженно-деформированного состояния соединений различного типа между сборными железобетонными элементами и разработка методики расчета прочности и деформаций этих соединений;

2. разработка методики расчета каркаса с учетом условий взаимодействия сборных железобетонных элементов в соединениях между ними.

Решению первой из задач были посвящены исследования напряженно-деформированного состояния соединений, выполненные автором начиная с 1980 г. на кафедре «Железобетонные и каменные конструкции» БНТУ, краткий обзор которых приведен в работе [5]. Были

исследованы наиболее ответственные из соединений одноэтажных каркасных зданий — соединения колонн со стропильными конструкциями и фундаментами. В результате этих исследований были разработаны методики расчета прочности и деформативности различных типов указанных соединений. На основе этих методик может быть получена обобщенная характеристика напряженно-деформированного состояния соединения в виде диаграммы деформирования «изгибающий момент  $M$  — угол поворота  $\varphi$ », по которой можно при любой величине угла получить величину секущего коэффициента жесткости соединения  $C = M / \varphi$ .

Решению второй из задач посвящена данная статья, в которой на основе полученных при решении первой задачи экспериментальных и теоретических данных о напряженно-деформированном состоянии узлов сопряжения оценено влияние действительной податливости соединений на расчетную длину колонн при расчете по недеформированной схеме и на устойчивость колонн при расчете по деформированной схеме.

### **ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОДАТЛИВОСТИ СОЕДИНЕНИЙ НА РАСЧЕТНУЮ ДЛИНУ КОЛОНН ПРИ РАСЧЕТЕ ПО НЕДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ**

Проектирование железобетонных колонн каркасных зданий, как правило, выполняется по недеформированной схеме, когда усилия определяются в результате упругого статического расчета, а влияние продольного изгиба и снижения жесткости сечений в результате образования трещин учитывается затем косвенно с помощью коэффициента  $\eta$ , определяемого в зависимости от соотношения продольной силы в колонне и так называемой критической силы. Причем в ранее действующих нормах проектирования железобетонных конструкций [1] были регламентированы только случаи абсолютно жесткого соединения колонны с фундаментом и абсолютно жесткого или шарнирного соединения ее с ригелем. В отличие от ранее действующих норм в нормах проектирования СНБ 5.03.01-02 [2] даны более дифференцированные указания по определению параметра  $\beta$ , определяющего отношение расчетной длины колонны к ее фактической длине между точками закрепления. На основе этих указаний без особых трудностей можно учесть действительные условия взаимодействия элементов в соединении на параметр  $\beta$  для каждой колонны в отдельности.

Во введенном в настоящее время в Республике Беларусь европейском нормативном документе [3] также содержатся разделы по определению расчетных длин сжатых элементов регулярных рам.

Согласно [3] для раскрепленных элементов расчетную длину следует определять по формуле

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}; \quad (1)$$

а для нераскрепленных элементов по формуле

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right\}, \quad (2)$$

В формулах (1) и (2)  $k_1, k_2$  — значения относительной податливости закрепления от поворота на концах 1 и 2 соответственно;

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot (EI/l),$$

здесь  $\theta$  — угол поворота раскрепляющего элемента при изгибающем моменте  $M$ ;

$EI$  — изгибная жесткость сжатого элемента,

$L$  — длина в свету сжатого элемента между закреплениями концов.

Конкретные указания по определению значений  $k_1, k_2$  в [3] не приведены, Отмечено только, что  $k = 0$  является теоретическим пределом для жесткого закрепления от поворота, а  $k = \infty$  представляет собой предел при полном отсутствии закрепления от поворота. Так как полного закрепления от поворота на практике не встречается, то рекомендуется минимальное значение для  $k_1$  и  $k_2$  принимать равным 0,1.

Для определения значений  $k_1$  и  $k_2$  необходимо знать отношение значения угла поворота  $\theta$  раскрепляющего элемента к значению изгибающего момента  $M$ , вызвавшего поворот. Таким образом, если раскреплением является собственно узел сопряжения, то это соответствует коэффициенту угловой податливости собственно узла сопряжения. В расчетах, как правило, используется обратный параметр — коэффициент угловой жесткости узла сопряжения.

В случае, когда узел сопряжения закреплен к концу стержня, имеющего свободу поворота, необходимо находить угловую жесткость раскрепляющего элемента с использованием приведенных в работе [6] зависимостей для статических реакций изгибаемых стержней с упругими шарнирами, расположенными в бесконечной близости от концов.

С учетом этого для крайней колонны многопролетной рамы одноэтажного каркасного здания значения коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  могут быть определены по формулам:

$$k_1 = \frac{i_c}{C_1}; k_2 = \frac{i_c(1+8v+12v^2)}{4i_b(1+3v)}, \quad (3)$$

$$\text{где } v = \frac{i_b}{C_2}; \quad (4)$$

$i_c$  и  $i_b$  — погонные жесткости колонны и ригеля соответственно;  
 $C_1$  и  $C_2$  — жесткости узлов сопряжения колонны с фундаментом и ригелем соответственно.

Для средней колонны многопролетной рамы одноэтажного каркасного здания значения коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  могут быть определены по формулам

$$k_1 = \frac{i_c}{C_1}; k_2 = \frac{i_c(1+8v+12v^2)}{8i_b(1+3v)}. \quad (5)$$

При необходимости прямого учета влияния продольных сил аналогичные зависимости приобретают более сложный вид и могут быть получены с использованием приведенных в работе [6] зависимостей для статических реакций сжимаемых стержней с упругими шарнирами, расположенными в бесконечной близости от концов.

В настоящее время расчет колонн выполняется в предположении, что узел сопряжения с фундаментом является бесконечно жестким, а угол ее сопряжения со стропильной конструкцией шарнирным. Это соответствует принятию значений коэффициентов  $k_1 = 0$  и  $k_2 = \infty$ .

При подстановке указанных значений в формулу (1) получаем

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{2}; \quad (6)$$

и в формулу (2)

$$l_0 = 2l. \quad (7)$$

Сопоставляя формулы (1) и (6) найдем область значений  $k_1$  и  $k_2$ , для которой получаемая по формуле (1) расчетная длина раскрепленной колонны будет меньше, чем получаемая по формуле (6).

Из неравенства

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \leq 0,5l \cdot \sqrt{2};$$

получаем

$$k_1 \cdot k_2 \leq \frac{0,45^2}{2_1} = 0,10125; \quad (8)$$

Сопоставляя формулы (2) и (7) найдем область значений  $k_1$  и  $k_2$ , для которой получаемая по формуле (2) расчетная длина нераскрепленной колонны будет меньше, чем получаемая по формуле (7).

Из неравенств

$$l_0 = l \cdot \sqrt{1 + 10 \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} \leq 2l,$$

$$l_0 = l \cdot \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \leq 2l$$

получаем для искомой области значений

$$\text{при} \quad k_1 \geq 1,275 \quad k_2 \leq \frac{3k_1}{10k_1 - 3}; \quad (9)$$

$$\text{при} \quad k_1 \leq 1,275 \quad k_1 \cdot k_2 \leq 0,5. \quad (10)$$

Пользуясь приведенными формулами (8)—(10), при известном значении  $k_1$  можно найти граничное значение  $k_2$ , по которому с использованием формул (3)—(5) можно последовательно определить значения  $\nu$  и  $C_2$ .

В дальнейшем были выполнены вычисления с использованием результатов исследования [7], посвященного анализу устойчивости колонн и рам с концевыми упругоподатливыми шарнирами. В исследовании [7] приведены формулы для определения коэффициента приведения расчетной длины в зависимости от соотношения изгибных жесткостей упругоподатливых шарниров и погонной жесткости колонн и ригелей.

Согласно [7] для раскрепленных элементов расчетную длину следует определять по формуле

$$l_0 = l \cdot \sqrt{\frac{(\pi^2 k_1 + 2)(\pi^2 k_2 + 2)}{(\pi^2 k_1 + 4)(\pi^2 k_2 + 4)}}; \quad (11)$$

Подставляя в формулу (11) значения коэффициентов  $k_1 = 0$  и  $k_2 = \infty$  получаем

$$l_0 = l \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad (12)$$

Сопоставляя формулы (11) и (12) найдем область значений  $k_1$  и  $k_2$ , для которой получаемая по формуле (11) расчетная длина раскрепленной колонны будет меньше, чем получаемая по формуле (12).

Из неравенства

$$l_0 = l \cdot \sqrt{\frac{(\pi^2 k_1 + 2)(\pi^2 k_2 + 2)}{(\pi^2 k_1 + 4)(\pi^2 k_2 + 4)}} \leq l \frac{1}{\sqrt{2}};$$

получаем

$$k_1 \cdot k_2 \leq \frac{8}{\pi^4} = 0,0821; \quad (13)$$

Как следует из сравнения формул (8) и (13) области значений  $k_1$  и  $k_2$ , определенные по [3] и [7] несколько различаются. При этом формула (13) ограничивает меньшую область значений  $k_1$  и  $k_2$ .

Приведенные в [7] зависимости для определения расчетной длины нераскрепленных элементов имеют сложный математический вид, что не позволяет получить простые аналитические зависимости для определения области изменения значений  $k_1$  и  $k_2$ , для которой расчетная длина нераскрепленной колонны будет меньше, чем получаемая при принятии значений коэффициентов  $k_1 = 0$  и  $k_2 = \infty$ .

При использовании типовых соединений бескрановых колонн однопэтажных каркасных зданий со стропильными конструкциями значения коэффициента жесткости изменяются в пределах  $C_2 = 2 \dots 4$  МНм, а при использовании типового соединения колонны с фундаментом значения коэффициента жесткости изменяются в пределах  $C_1 = 100 \dots 200$  МНм. Значение погонной изгибной жесткости крайних колонн изменяется в пределах  $i_c = 5,12$  МНм и средних колонн  $i_c = 6,15$  МНм. Значение погонной изгибной жесткости стропильных конструкций изменяется в пределах  $i_c = 40 \dots 100$  МНм.

Следует отметить, что при перечисленных выше значениях  $i_b$  и  $C_2$  значение параметра  $\nu$  будет изменяться в пределах  $20 \dots 30$ . При таких больших значениях  $\nu$  значения коэффициента  $k_2$  с погрешностью не более 1,5% могут быть определены по формулам  $k_2 = \frac{i_c}{C_2}$  для крайней колонны и  $k_2 = \frac{i_c}{2C_2}$  для средней колонны.

При перечисленных выше значениях  $i_c$  и  $C_1$  значение параметра  $k_1$  будет изменяться в пределах 0,06...0,09, что меньше значения коэффициента  $k_1 = 0,1$  рекомендованного в [3]. В связи с этим дальнейшие вычисления выполнялись  $k_1 = 0,1$ .

Выполненные вычисления показали, что произведение значений  $k_1 \cdot k_2$  может изменяться в пределах 0,25...0,3 для крайних колонн, а для средних колонн и в пределах 0,15...0,25.

Полученные произведения значений  $k_1 \cdot k_2$  позволяют сделать вывод о том, что учет действительных условий закрепления стоек будет приводить к увеличению расчетной длины для раскрепленных стоек и к ее уменьшению для нераскрепленных стоек.

Следует отметить, что проведенный выше анализ касается сравнительно простого случая определения расчетных длин отдельных стоек рамных систем, раскрепленных и нераскрепленных.

В реальных рамных системах при определении расчетной длины стойки, теряющей устойчивость, необходимо учитывать поддерживающее влияние остальных стоек. При этом правомерен предложенный в работе [8] подход, когда считается, что теряет несущую способность только рассматриваемая стойка, имеющая сниженные прочностные и деформативные характеристики материалов, а остальные стойки оказывают поддерживающее влияние верхнему концу стойки. При определении расчетной длины рассматриваемой стойки продольные нагрузки на поддерживающие стойки считаются неизменными. Поддерживающее влияние указанных стоек может быть учтено с помощью упругой пружины определенной жесткости.

## **ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОДАТЛИВОСТИ СОЕДИНЕНИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛОНН ПРИ РАСЧЕТЕ ПО ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ**

В статье [9] учет работы узлов соединения рекомендуется выполнять в рамках предложенного шагового метода последовательных нагружений с использованием коэффициента касательной угловой жесткости. При этом учет влияния продольных сил выполняется непосредственно в процессе расчета без использования понятия критической силы, что не требует определения расчетной длины колонны.

Известны и другие подходы к расчету рам с учетом влияния продольного изгиба без использования понятия критической силы. При этом рассчитываются не отдельные колонны, а полностью вся рама как нелинейно деформируемая система с учетом влияния продольного изгиба, образования трещин и неупругих деформаций бетона. Такой метод обладает целым рядом преимуществ по сравнению с традицион-



ными методами статического расчета, однако первоначально был разработан только для расчета рам с колоннами, жестко защемленными понизу и шарнирно соединенными поверху диском покрытия [10]. В дальнейшем область применения метода расчета по деформированной схеме была распространена на расчет рам с податливыми условиями закрепления колонн поверху, более отвечающими действительной работе соединений колонн со стропильными конструкциями [11].

С целью комплексного учета влияния соединений в работе [5] предложено производить расчет по деформированной схеме с использованием уточненной расчетной схемы, содержащей не только упругие шарниры в соединениях колонн со стропильными конструкциями, но и упругие шарниры в соединениях колонн с фундаментами. При этом рекомендовано принять более простую схему каркаса, когда расположенные на верхних концах колонн упругие шарниры закреплены сверху от поворота, что соответствует абсолютно жесткому на изгиб ригелю, однако имеют свободу перемещений в горизонтальном направлении. Для средних колонн учитывают наличие двух соединений путем принятия коэффициента жесткости упругого шарнира как суммы коэффициентов жесткостей обоих соединений.

При таком подходе уточненная расчетная схема для  $n$ -пролетной рамы содержит  $n+1$  колонн, соединенных поверху абсолютно жестким ригелем. Колонны имеют длину  $l$  и обладают погонными жесткостями  $i_c$ . На верхних и нижних концах каждой из колонн предусмотрены упругие шарниры, имеющие коэффициенты жесткости  $C_2$  и  $C_1$  соответственно.

Формулы для определения реакций от единичных перемещений и внешних нагрузок для элементов с упругими шарнирами по концам были получены из формул [6] путем разложения в алгебраический ряд трансцендентных функций продольно-поперечного изгиба [12].

Так, например, реакция стержня от единичного смещения его верхнего конца может быть определена по формуле

$$R_j = \frac{12i_j}{l_j^2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{\pi^2} \omega_j + \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \omega_j\right)(k_1 + k_2) - \omega_j \left(1 - \frac{1}{\pi^2} \omega_j\right) k_1 k_2}{1 + 4 \left(1 - \frac{1}{3\pi^2} \omega_j\right)(k_1 + k_2) + 12 \left(1 - \frac{1}{\pi^2} \omega_j\right) k_1 k_2}, \quad (14)$$

где  $\omega_j = \frac{N_j \cdot l_j}{i_j}$ .

В приведенных выше формулах  $N_j$  — продольная сила в  $j$ -ой колонне. Остальные обозначения даны ранее.

Анализ показывает, что принятие конечной жесткости ( $k_2 \neq \infty$ ) соединения колонны с ригелем увеличивает общую жесткость и устойчивость колонны, а принятие конечной жесткости ( $k_1 \neq 0$ ) соединения колонны со стаканном фундаментом уменьшает их по сравнению с получаемой при традиционном расчете. Таким образом, учет действительных особенностей взаимодействия конструкций в соединениях может оказать неоднозначное влияние на распределение усилий в каркасе, его общую жесткость и устойчивость.

Из условия равенства нулю числителя формулы (1) при известных величинах значениях коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  получаем квадратное уравнение относительно неизвестного коэффициента  $\omega_j$ . В результате решения этого уравнения получаем функцию  $\omega_j(k_1, k_2)$ , отвечающую условию  $R_j = 0$ , т. е. стадии потери колонной устойчивости

$$\omega_j(k_1, k_2) = \frac{p - \sqrt{p^2 - 4\pi^2(1 + k_1 + k_2)k_1k_2}}{2k_1k_2}, \quad (15)$$

где  $p = 1 + 4(k_1 + k_2) + \pi^2 k_1 k_2$ .

Значение коэффициента может быть принято согласно рекомендациям [3] равным  $k_1 = 0, 1$ .

При использовании типовых соединений значение коэффициента  $k_2$  изменяется в пределах 2,5...3,0 для крайних колонн и в пределах 1,5...2,5 для средних.

При традиционной расчетной схеме (при  $k_2 = \infty$  и  $k_1 = 0$ )  $\omega_j = \pi^2/4$ . Определим диапазоны, в пределах которых могут изменяться величины коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  при гарантированном положительном эффекте учета действительных условий взаимодействия элементов. Критерием получения такого эффекта является выполнение условия

$$\omega_j(k_1, k_2) \geq \omega_j(0, \infty) = \pi^2/4.$$

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы  $k_1 \cdot k_2 \leq 4/\pi^2 \approx 0,405$ . В противном случае получаемая расчетом устойчивость колонны будет ниже, чем при традиционной расчетной схеме.

При перечисленных выше значениях  $k_1$  и  $k_2$  их произведение не превышает 0,3, что указывает на то, что устойчивость колонны будет выше, чем при традиционной расчетной схеме.

Расчет рам каркасов по деформированной схеме с учетом конструктивно-нелинейной работы соединений колонн со стропильными конструкциями и фундаментами необходимо выполнять методом последовательных приближений [5], уточняя на каждом этапе значения жесткостей элементов расчетной схемы (колонн и упругоподатливых шарниров).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнена оценка влияния податливости соединений на расчетную длину колонн при расчете по недеформированной схеме. Показано, что учет действительных условий закрепления стоек будет приводить к увеличению расчетной длины для раскрепленных стоек и к ее уменьшению для нераскрепленных стоек.

Выполнена оценка влияния податливости соединений на устойчивость колонн при расчете по деформированной схеме. Показано, что учет действительных условий закрепления стоек будет приводить к повышению устойчивости колонн.

## Список цитированных источников

1. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования: СНиП 2.03.01-84\*. — Введ. 01.01.86. — М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. — 80 с.
2. Бетонные и железобетонные конструкции / Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь: СНБ 5.03.01-02. — Введ. 01.07.03. — Минск: РУП «Минсктиппроект», 2003. — 140 с.
3. Проектирование железобетонных конструкций. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1992-1-1:2009 Еврокод 2. — Введ. 01.01.10 — Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2010, — 207 с.
4. *Гвоздев, А.А.* О нормах проектирования строительных конструкций / А.А. Гвоздев // Строительная механика и расчет сооружений. — 1975. — № 6. — С. 79.
5. *Рак, Н.А.* Особенности расчета сборных железобетонных элементов с учетом действительных условий их взаимодействия / Н.А. Рак // Строительная наука и техника. — 2005. — № 1 — С. 70—75.
6. *Туровский, Л.М.* К динамическому расчету плоских и пространственных рам с податливыми узлами / Л.М. Туровский // Расчет пространственных конструкций. — М., 1970, — Вып. 13. — С. 211—251.
7. *Aristizabal-Ochoa, J.D.* Stability Problems of Columns and Frames / J.D. Aristizabal-Ochoa // ACI Structural Journal. — 1997. — Vol. 94, № 4. — P. 389—398.

8. *Казачек, В.Г.* Эффективные конструктивные решения и методы расчета колонн одноэтажных производственных зданий / В.Г. Казачек. — Мн.: УП «Технопринт», 2000. — 232 с.
9. *Казачек, В.Г.* Разработка метода расчета и оценки резервов несущей способности и долговечности проектируемых и существующих нелинейно деформируемых каркасных систем зданий и сооружений с предложениями по совершенствованию нормативных документов в данной отрасли / В.Г. Казачек, Д.В. Шашок, Е.Л. Коршун // Современные архитектурно-конструктивные решения для снижения стоимости и повышения качества строительства. Энерго- и ресурсосбережение при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений: Сб. науч. тр. II междунар. науч.-практ. семинара. Том 1. — Минск: БНТУ, 2008. — С. 132—148.
10. *Васильев, Б.Ф.* Железобетонные колонны одноэтажных производственных зданий. / Б.Ф. Васильев, А.Я. Розенблюм — М.: Стройиздат, 1974. — 198 с.
11. *Рак, Н.А.* Расчет железобетонных колонн по деформированной схеме с учетом конструктивно-нелинейной работы узлов сопряжения / Н.А. Рак // Эффективные строительные конструкции зданий и сооружений. — Минск: БелНИИС, 1995. — С. 21—27.
12. *Корноухов, Н.В.* Прочность и устойчивость стержневых систем. / Н.В. Корноухов — М.: Стройиздат, 1949. — 376 с.

*Получено 23.10.12 г.*