

- Колтунов Александр Иванович**, канд. техн. наук, доцент,  
заведующий кафедрой, УО «Полоцкий  
государственный университет», г. Новополоцк (Беларусь)
- Киселев Валентин Николаевич**, канд. техн. наук, доцент,  
УО «Полоцкий государственный университет»,  
г. Новополоцк (Беларусь)
- Косенок Виктор Викторович**, ассистент, УО «Полоцкий  
государственный университет», г. Новополоцк (Беларусь)

## **К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ТОНКОСТЕННЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ НА ИЗГИБ И КРУЧЕНИЕ**

### **TO CALCULATION OF PRISMATIC BARS WALLED OPEN PROFILE IN BENDING AND TORSION**

#### **АННОТАЦИЯ**

*Рассматривается влияние наклонных ребер жесткости на изгибную и крутильную жесткость тонкостенных призматических стержней открытого профиля. Приведены примеры расчета прогиба балки в середине пролета с различной толщиной, углом наклона и количеством наклонных ребер жесткости при изгибе. Решен вопрос учета жесткости чистого кручения в тонкостенных призматических стержнях.*

#### **ABSTRACT**

*The influence of oblique ribs on the bending and torsional stiffness of thin-walled prismatic bars open profile. Examples of the calculation of the beam deflection at midspan with different thickness, angle and number of inclined ribs bending stiffness. Address the issue of accounting stiffness pure torsion in thin-walled prismatic rods.*

### **Изгиб тонкостенных призматических стержней с наклонными ребрами жесткости**

Теория расчета тонкостенных пространственных стержней (к ним относятся и двутавровые составные балки) непрерывно совершенствуется на базе достижений в области теоретических и экспериментальных исследований.

Как известно, стенки и пояса балки при недостаточной их толщине могут потерять устойчивость раньше, чем произойдет потеря общей устойчивости и прочности балки. Это явление называется потерей местной устойчивости.

В целях повышения сопротивления выпучиванию жесткость элемента приходится усиливать, для чего или увеличивают толщину листа, или укрепляют его ребрами жесткости. В последнем случае требуется меньше металла, поэтому балки обычно проектируют с тонкими стенками, укрепленными ребрами жесткости.

Целью данной работы является показать, каким образом наклонные ребра влияют на величину жесткости, а соответственно, и на прогибы балки.

Рассмотрим балку шарнирно-опертую по двум концам.

Перемещение в середине пролета будем находить по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta_i = \sum_0^l \int \frac{m_i \cdot M_p}{EI} ds. \quad (1)$$

При установке наклонных ребер жесткости жесткость по длине элемента будет изменяться и поэтому, чтобы найти перемещение в середине пролета, необходимо рассмотреть сечения с различной жесткостью. Для этого находим уравнение моментов грузового и единичного состояния:

$$M_p^x = \left( \frac{ql}{2} \cdot x - \frac{qx^2}{2} \right), \quad (2)$$

$$m_1^x = \frac{1}{2} x; \quad (3)$$

отсюда выражение перемещения сечения балки в середине пролета:

$$\Delta_i = \sum_0^l \int \frac{m_1^x \cdot M_p^x}{EI} ds = 2 \int_0^{\frac{1}{2}l} \frac{\left( \frac{1}{2}l \right) \left( \frac{ql}{2} \cdot x - \frac{qx^2}{2} \right)}{EI} ds, \quad (4)$$

где  $EI \neq const$ .

Найдем момент инерции сечения с наклонными ребрами. Для начала запишем уравнение момента инерции для сечения без наклонных ребер, обозначим его  $I_{x0}$ :

$$I_{x0} = 2 \left( \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left( \frac{h_f}{2} \right)^2 \right) + \frac{t_w h_w^3}{12}. \quad (5)$$

Момент инерции сечения с наклонными ребрами находится:

$$I_x = 2\left(\frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left(\frac{h_f}{2}\right)^2\right) + \frac{t_w h_w^3}{12} + 2\left(\frac{b_r \left(\frac{t_r}{\cos \alpha}\right)^3}{12} + \frac{t_r}{\cos \alpha} b_r z^2\right), \quad (6)$$

где  $z = \frac{h_w}{2} - y \operatorname{tg} \alpha$ .

Зададимся исходными данными и размерами балки и рассмотрим параллельно два сечения – без наклонных ребер и с наклонными:

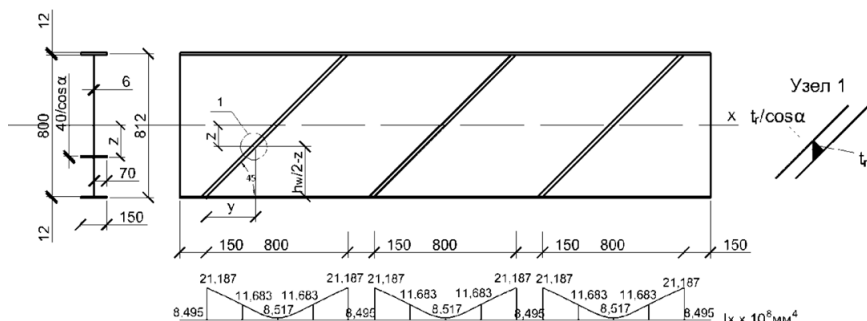
$$b_f = 0,15 \text{ м}, t_f = 0,012 \text{ м}, t_w = 0,006 \text{ м}, h = 0,824 \text{ м}, t_r = 0,04 \text{ м}, b_r = 0,07 \text{ м}, \\ \alpha = 45^\circ, q = 10 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, l = 3 \text{ м}, E = 2 \cdot 10^{12} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Расчеты производим в среде Mathcad. Результаты расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1

### Результаты расчетов перемещений при различном расположении ребер жесткости

Толщина ребра, $t_r$	Угол наклона ребра, $\alpha$	Кол-во ребер, $n$	Перемещение $\Delta$ , мм	Уменьшение прогибов, %	Примечания
40	45	3	$4,787 \cdot 10^{-3}$	23	Рассматриваемый вариант
80	45	3	$4,134 \cdot 10^{-3}$	33	Увеличение толщины ребра в 2 раза
40	60	3	$5,327 \cdot 10^{-3}$	14	Увеличение угла наклона ребер
40	40	3	$4,652 \cdot 10^{-3}$	25	Уменьшение угла наклона ребер
40	30	2	$4,652 \cdot 10^{-3}$	25	Уменьшение угла наклона ребер, числа ребер
-	-	-	$6,208 \cdot 10^{-3}$	-	Без ребер жесткости



**Рисунок 1.** Изменение момента инерции по длине балки с наклонными ребрами жесткости

## Кручение тонкостенного призматического стержня

Наличие в дифференциальном уравнении

$$EI_{\omega} \cdot Q^{IV}(x) - GI_{\alpha} \cdot Q^{II}(x) - m_{кр}(x) = 0 \quad (7)$$

упругой линии углов закручивания члена, содержащего жесткость при чистом кручении  $GI_{\alpha}$ , значительно усложняет пользование этим уравнением в практических расчетах, а также решение задачи в целом, ибо, как известно, системы канонических уравнений метода сил будут нелинейными. Необходимо исследовать, насколько велико влияние этого члена на величину расчетных нормальных напряжений при кручении, и с какой степенью точности его следует определять.

Продолжим задачу.

Известно, что нормальные секториальные напряжения можно представить так:

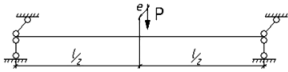
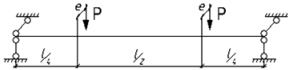
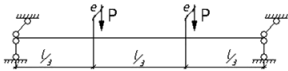
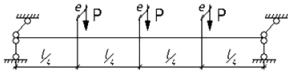
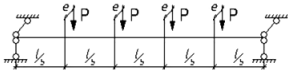
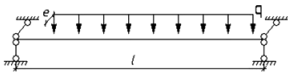
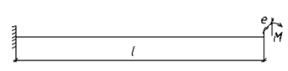
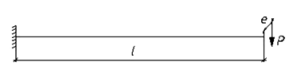
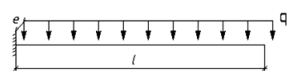
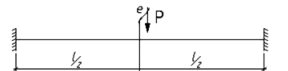
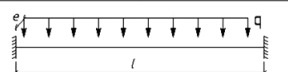
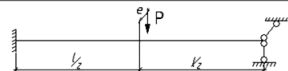
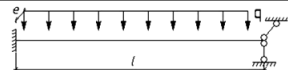
$$\sigma_{\omega} = (b_{\omega} \cdot \omega) / I_{\omega}, \quad (8)$$

где  $\omega$  – секториальная координата точки, в которой определяются  $\sigma_{\omega}$ .

Отсюда первый из вышеназванных вопросов можно решить, если рассмотреть значения расчетных изгибно-крутильных бимоментов  $b_{\omega}$ , графики которых имеются в справочной литературе.

Для профилей, применяемых в строительных металлических конструкциях, произведение упруго-изгибной характеристики сечения  $k$  на пролет  $l$  колеблется в пределах от 1 до 5. Нами составлена таблица 2, в которой дана ошибка в процентах в определении изгибно-крутильного бимоменты (а следовательно, и нормальных секториальных

**Ошибка в процентах в определении  
изгибно-крутильного бимомента**

Расчетная схема	$\alpha$	$\kappa l=1$	2	3	4	5
	$\alpha 0.02PeI$	7.20	21.60	37.60	52.00	56.00
	$\alpha 0.02PeI$	7.20	21.60	37.60	52.00	56.00
	$\alpha 0.02PeI$	6.67	25.20	41.90	55.00	65.25
	$\alpha 0.03PeI$	6.57	25.20	44.90	59.00	70.00
	$\alpha 0.04PeI$	6.66	26.60	44.00	58.70	69.40
	$\alpha 0.01PeI$	8.00	28.00	47.20	62.40	72.00
	$\alpha Me$	35.00	72.00	90.00	95.00	98.00
	$\alpha PeI$	22.00	50.00	67.00	75.00	80.00
	$\alpha qel^2$	18.00	40.00	52.00	61.00	68.00
	$\alpha 0.01PeI$	2	7.88	14.80	24.00	32.00
	$\alpha 0.01qeI^2$	1.21	6.58	12.05	19.30	25.00
	$\alpha 0.01PeI$	2.40	12.00	22.70	33.30	42.00
	$\alpha 0.01qeI^2$	2.40	11.20	20.00	30.00	38.00

напряжений), если принять  $GI_\alpha$  для различных способов закрепления стержня и действующей на него нагрузки.

Из таблицы видно, что если считать допустимую ошибку, не превышающую 10% расчетной, то можно принять  $GI_\alpha = 0$  тогда, когда  $kl$  не будет превышать следующих величин:

для свободно-опертых балок:

$$kl \leq 1-1.2,$$

для балок свободно-опертых на одном и защемленных на другом конце:

$$kl \leq 1-1.6,$$

для балок, защемленных на обоих концах:

$$kl \leq 1-1.8.$$

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

На основании результатов, полученных при исследовании влияния наклонных ребер жесткости на изгибную жесткость и кручение, можно сделать следующие выводы:

1. За счет постановки наклонных ребер увеличиваются жесткости подкрепленных стержней.
2. Прогибы в зависимости от геометрии наклонного ребра в середине пролета могут быть уменьшены на 14 – 33% (для рассматриваемых случаев).
3. С увеличением количества ребер или их толщины изгибная жесткость увеличивается.
4. С увеличением угла наклона ребра изгибная жесткость уменьшается, а при уменьшении, соответственно, увеличивается.
5. Величиной жесткости стержня при чистом кручении почти во всех конструкциях пренебрегать нельзя, поэтому в дальнейшем планируется исследование вопросов учета последней при различных граничных условиях.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Киселев, В. Н., Попков, Ю. В. Расчет на кручение тонкостенных стержней с наклонными ребрами жесткости: Вестник ПГУ. – 2010 г. – Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. Строительные конструкции. – С. 49–55.

*Статья поступила в редколлегию 24.09.2014*