

Алявдин Петр Владимирович, профессор, д-р техн. наук,
Зеленогурский Университет, г. Зелена Гура (Польша)
Буланов Георгий Валерьевич, инженер-конструктор,
РУП «Институт БелНИИС», г. Минск (Беларусь)

ПРЕДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКОГО И ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

SHAKEDOWN ANALYSIS OF COMPOSITE FRAMES TAKING INTO ACCOUNT PLASTIC AND BRITTLE FRACTURE OF ELEMENTS

АННОТАЦИЯ

В статье предложена математическая модель задачи оптимизации для расчета плоских сталежелезобетонных рам, содержащих упругопластические и хрупкие элементы. Принято, что нагрузка случайным образом изменяется в заданных пределах. Приведен пример предельного анализа сталежелезобетонной рамы.

ABSTRACT

In the paper the mathematical model of the optimization problem of limit and shakedown analysis for composite plane frames, containing elastic-plastic and brittle elements under low-cyclic loading, is proposed. It is assumed that the load varies randomly within the specified domain, and limited plastic redistribution of forces in such structures occurs. An example of the shakedown analyses of the composite frame is given.

ВВЕДЕНИЕ

Композитные сталежелезобетонные конструкции сочетают такие преимущества, как высокая жесткость железобетона с высокой прочностью стали и скорости возведения зданий из стали. Эти системы рекомендуется использовать в высотных зданиях [1] и сильно нагруженных конструкциях, таких как небоскребы, промышленные сооружения и т.д. Как правило, в композитных конструктивных системах первоначально возводится стальной каркас, который затем обетонируется. Этапы возведения проиллюстрированы на рисунке 1.

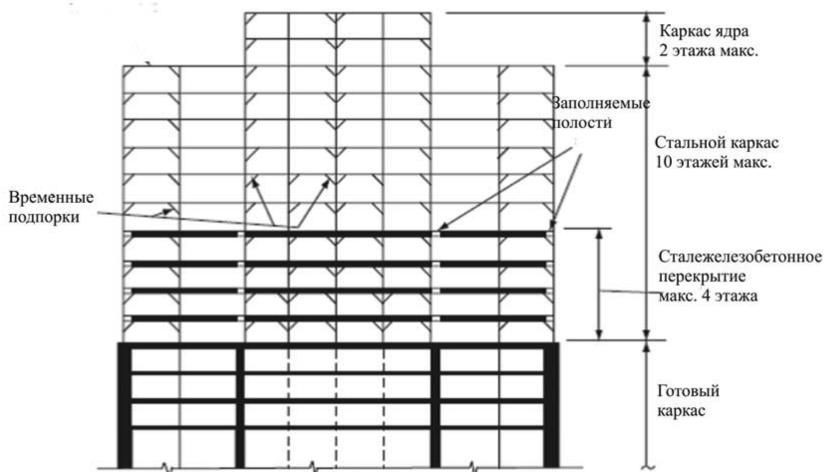


Рисунок 1. Общие этапы возведения сталежелезобетонного каркаса

В статье представлен метод определения механизма хрупко-пластического разрушения сталежелезобетонных рам, который может использоваться при оценке напряженно-деформированного состояния таких рам в поступругой стадии. Проектирование зданий на сейсмическое воздействие [2-3], расчет на прогрессирующее разрушение [4], так же как и выбор стратегии защиты сооружения от особых воздействий [5] требуют такой оценки. Предельный анализ упруго пластических систем рассмотрен во многих работах [7, 8]. В то же время важная проблема, связанная с наличием в сооружениях хрупких элементов, до сих пор рассмотрена не была.

Нагружение здесь принимается однократным, но значения нагрузок случайным (неопределенным) образом могут изменяться в заданных пределах. При этом в колоннах и ригелях зданий предусматривается возможность появления как пластического шарнира с последующим упругопластическим разрушением (от действия изгибающего момента), так и возможность хрупкого разрушения элементов (от действия поперечной силы).

Математическая модель задачи оптимизации

Оптимизационная задача для конструкций (рам), содержащих упругопластические и хрупкие элементы, формулируется следующим образом.

Требуется найти параметр μ , вектор сочетаний нагрузок $F_j, j \in J$, вектор остаточных усилий $S_0 = (S_{pl}^r, S_{br}^r)$ таких что

$$\mu \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$S^e(t) = \omega_{SF} F(t), \quad (2)$$

$$S^e(t) = (S_{pl}^e(t), S_{br}^e(t)), \quad (3)$$

$$A_{pl} S_{pl}^r = 0, \quad (4)$$

$$\varphi_{pl}(S_{pl}^e(t) + S_{pl}^r, \mu S_{0,pl}) \leq 0, \quad (5)$$

$$\max_{i \in I_{br}} \varphi_{br}(S_{br}^e(t), \mu S_{0,br}) \leq 0, \quad (6)$$

$$F(t) \in \Omega(F_j(t), t, j \in J). \quad (7)$$

где ω_{SF} – матрица влияния вектора нагрузок F на вектор усилий S^e , $S^e = (S_{pl}^e, S_{br}^e)$;

S_{pl}^e и S_{br}^e – соответственно векторы усилий в сечениях упруго-пластических и упруго-хрупких элементов в упругой стадии работы;

A_{pl} – матрица статической совместности (уравнений равновесия) остаточных усилий S_{pl}^r в сечениях упруго-пластических элементов;

S^e, S^r – векторы упругих и остаточных усилий в сечениях элементов;

$F_j(t)$ – векторы j -х сочетаний нагрузок, $j \in J$;

J – множество сочетаний нагрузок;

I_{br} – множество i -х хрупких элементов;

$\Omega(\bullet)$ – множество нагрузок F ;

t – время.

Здесь $\varphi_{pl/\Omega F}$ функция текучести, определенная в области внешних воздействий (нагрузки F_j) Ω_F для упруго-пластических элементов, φ_{br} – функция прочности для хрупких элементов, A_{pl} – матрица равновесия. Индексы pl and br относятся к упруго-пластическим и упруго-хрупким элементам соответственно, индексы e и r – к упругим и остаточным усилиям.

Задача (1)-(7) представляет собой проблему нелинейного программирования (НЛП).

После нахождения механизма разрушения необходимо принять во внимание динамически эффект при разрушении.

Заметим, что сформулированная выше задача для смешанных систем с упруго-пластическими и упруго-хрупкими элементами является новой.

Пример предельного анализа сталежелезобетонной рамы

В качестве примера рассмотрим предельный анализ сталежелезобетонной рамы, приведенной на рисунке 2.

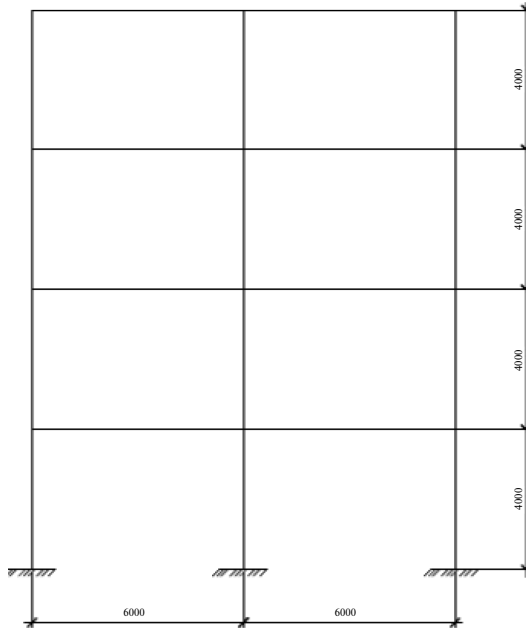


Рисунок 2. Сталежелезобетонная рама

Рама нагружена двумя видами нагрузок:

1. Постоянная нагрузка (рисунок 3а).
2. Полезная нагрузка в виде горизонтальной нагрузки, приложенной к каждому этажу и действующей попеременно в противоположных направлениях (рисунок 3б).

Нагрузки собраны в две комбинации нагружений.

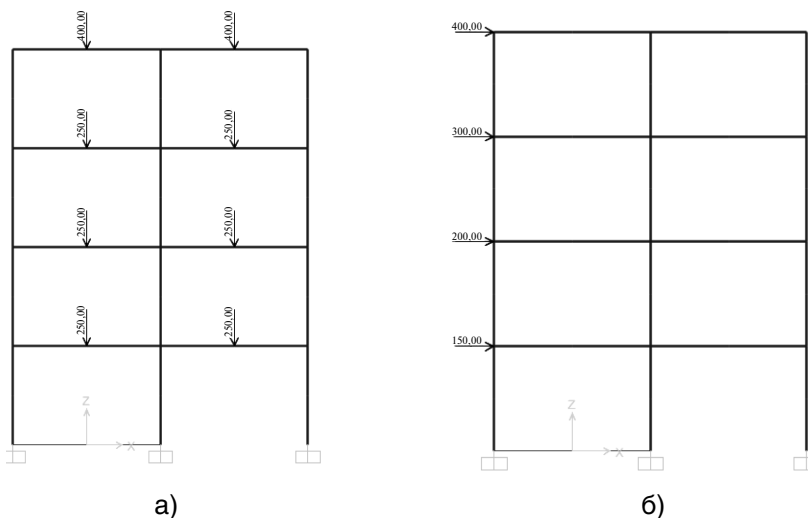


Рисунок 3. Нагрузки, действующие на раму

Для расчетов в упругой стадии использовался конечно элементный комплекс SAP2000. Расчетная модель с номерами узлов и элементов приведена на рисунке 7. Сечения элементов рамы приведены в таблице 1. Бетон принят класса С35/45.

Для сечений ригелей нижнего этажа принято полное объединение стального сечения с бетоном замоноличивания посредством объединительных деталей. Для передачи продольного сдвигающего усилия между бетоном и стальным элементом предусмотрено сдвиговое соединение и поперечное армирование без учета сцепления и трения между ними.

Сечение ригелей верхних этажей представляет собой сталежелезобетонное сечение нового типа, где для обеспечения совместной работы бетона и стали принято соединение «на зубцах» (рисунок 4).



Рисунок 4. Сталежелезобетонное сечение с соединением «на зубцах»

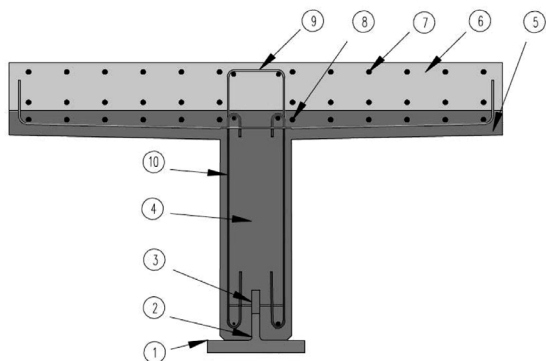


Рисунок 5. Элементы сталежелезобетонного сечения с соединением «на зубцах»:

1. Стальная полка
2. Стальная стенка
3. Зубцы соединения
4. Сборная бетонная стенка (может не применяться)
5. Сборная железобетонная плита
6. Монолитная железобетонная плита
7. Продольная арматура монолитной плиты
8. Продольная арматура сборной плиты
9. Поперечная арматура с выпусками
10. Конструктивная арматура

Данный вид соединения позволяет в полной мере использовать бетонное и стальное сечение, так как отсутствует стальная сжатая полка и все сжимающие усилия воспринимаются бетоном. Конструкция может выполняться как в монолитном варианте, так и в сборно-монолитном. При сборно-монолитном варианте тавр соединяется с плитой на заводе, а затем на стройплощадке добавляется верхний слой омоноличивания, при этом сборная плита выполняет функцию опалубки (рисунок 5).

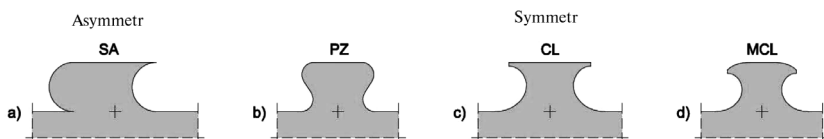
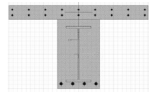
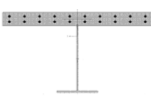
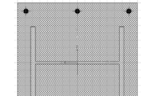


Рисунок 6. Формы зубцов

Форма зубцов подбирается в зависимости от величины срезающих напряжений (рисунок 6).

Таблица 1

Сечения элементов

№	Сечение	b, мм		H, мм	Продольное армирование, класс арматуры		Стальной профиль, марка стали	Номер элемента в расчетной схеме
		Верхняя грань	Нижняя грань		нижняя	верхняя		
1		1000	300	600	4Ø25, S500	Ø12, S500 шаг 125	40Б2, С275	1, 3, 4, 5
2		1000	-	600	-	Ø16, S500 шаг 100	Тавр сварной, h=500 мм, b _f =300 мм, t _f =12 мм, t _w =8 мм С275	2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 19, 20
3		500	500	500	3Ø20, S500	3Ø20, S500	40К2, С275	33, 34, 23, 24, 27, 28, 21, 22, 35, 36, 25, 26, 37, 30, 31, 32, 38, 39, 15, 16, 40, 17, 18, 19

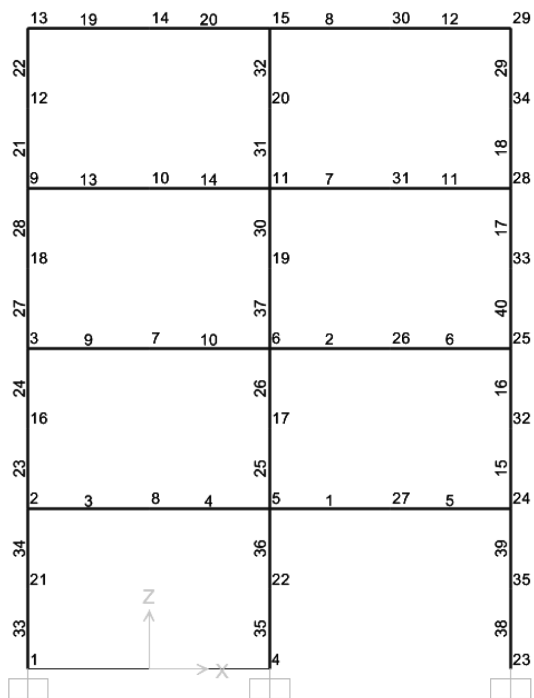


Рисунок 7. Расчетная модель рамы

Несущая способность по моменту для упругопластических элементов посчитана с помощью зависимости момент – угол поворота, основанной на средних характеристических свойствах материалов.

Для определения характерных точек на зависимостях $M - 1/\varphi$ (момент-кривизна) пользуются следующим правилом [14]. Упругая часть идеализированной кривой должна проходить через точку, отмечающую начало текучести первого арматурного стержня. Идеализированный пластический несущий момент получается с помощью уравнивания площадей, заключенных между фактической и идеализированной кривой момент-кривизна после точки начала текучести первого арматурного стержня (рисунок 8).

Идеализированные кривые момент-кривизна приведены в таблицах 2, 3.

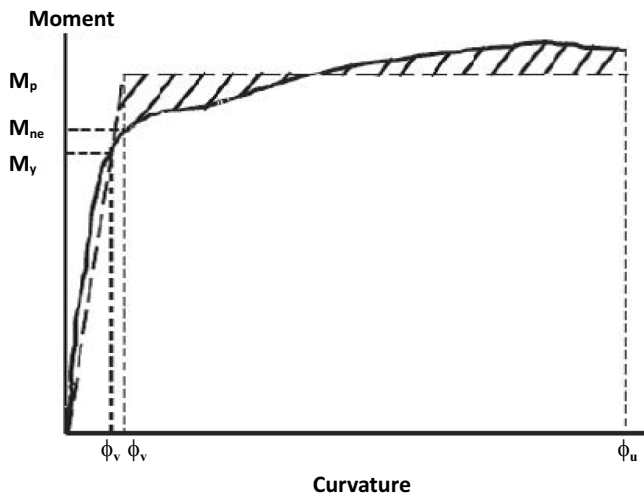


Рисунок 8. Расчетная модель рамы

Таблица 2

**Идеализированные кривые момент-кривизна
для сечений колонн**

Тип сечения по таблице 1/ номер элемента /продольное усилие, кН	Кривая для положительного и отрицательного момента	Тип сечения по таблице 1/ номер элемента /продольное усилие, кН	Кривая для положительного и отрицательного момента
3/33, 34 / -1358 кН	<p>$M_p = 1157 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>	1/33, 34 / -123 кН	<p>$M_p = 954 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>
3/35, 36 / -1532 кН	<p>$M_p = 1177 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>	1/38, 39 / -1520 кН	<p>$M_p = 1175 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>

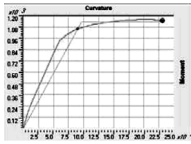
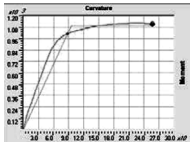
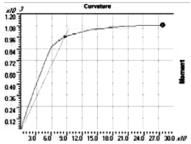
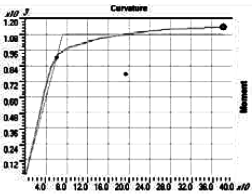
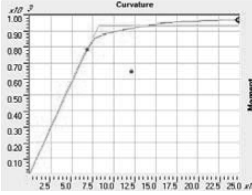
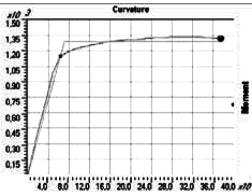
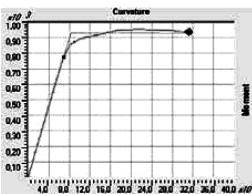
Тип сечения по таблице 1/ номер элемента /продольное усилие, кН	Кривая для положительного и отрицательного момента	Тип сечения по таблице 1/ номер элемента /продольное усилие, кН	Кривая для положительного и отрицательного момента
3/25, 26 / -1187 кН	 $M_p = 1139 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/30, 37 / -854 кН	 $M_p = 1098 \text{ кН} \cdot \text{м}$
3/31, 32 / -533 кН	 $M_p = 1054 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/23, 24 / -970 кН	$M_p = 1112 \text{ кН} \cdot \text{м}$
3/23, 24 / -33 кН	$M_p = 980 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/27, 28 / -596 кН	$M_p = 1064 \text{ кН} \cdot \text{м}$
3/27, 28 / -128 кН	$M_p = 993 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/21, 22 / -279 кН	$M_p = 1012 \text{ кН} \cdot \text{м}$
3/21, 22, 15, 16 / -138 кН	$M_p = 995 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/15, 16 / -1073 кН	$M_p = 1125 \text{ кН} \cdot \text{м}$
3/40, 17 / -647 кН	$M_p = 1070 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/40, 17 / -181 кН	$M_p = 998 \text{ кН} \cdot \text{м}$
3/18, 29 / -294 кН	$M_p = 1014 \text{ кН} \cdot \text{м}$	1/18, 29 / -153 кН	$M_p = 996 \text{ кН} \cdot \text{м}$

Таблица 3

Идеализированные кривые момент-кривизна для сечений ригелей

Тип сечения по таблице 1/ номер элемента /продольное усилие, кН	Кривая для положительного момента	Кривая для отрицательного момента
2/19, 20 / -366 кН	$M_p = 1133 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 1011 \text{ кН} \cdot \text{м}$
2/19, 20 / 167 кН	$M_p = 1055 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 900 \text{ кН} \cdot \text{м}$
2/8, 12 / -178 кН	$M_p = 1112 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 977 \text{ кН} \cdot \text{м}$

Тип сечения по таблице 1/ номер элемента /продольное усилие, кН	Кривая для положительного момента	Кривая для отрицательного момента
2/2, 6, 8, 9, 10, 12/ 0 кН	 <p style="text-align: center;">$M_p = 1080 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>	 <p style="text-align: center;">$M_p = 937 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>
1/1, 3, 4, 5/ 0 кН	 <p style="text-align: center;">$M_p = 1314 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>	 <p style="text-align: center;">$M_p = 966 \text{ кН} \cdot \text{м}$</p>
2/13, 14 / -180 кН	$M_p = 1112 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 977 \text{ кН} \cdot \text{м}$
2/13, 14 / -205 кН	$M_p = 1049 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 890 \text{ кН} \cdot \text{м}$
2/7, 11 / -52 кН	$M_p = 1090 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 953 \text{ кН} \cdot \text{м}$
2/7, 11 / -103 кН	$M_p = 1068 \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_p = 917 \text{ кН} \cdot \text{м}$

Поперечное армирование элементов рамы с сечением типа 1 и 3 выполнено из стержней Ø8 S500, с шагом 200 мм. Несущая способность на сдвиг посчитана согласно [12]. Разделение поперечной силы V_{Ed} на составляющие $V_{a, Ed}$ и $V_{c, Ed}$, действующие на стальное сечение и железобетон замоноличивания стенки соответственно, приняты в такой же пропорции, что и распределение несущей способности по изгибающему моменту $M_{pl, Rd}$ между стальным сечением и железобетоном замоноличивания. Несущая способность сечения типа 2 на сдвиг посчитана как несущая способность стального сечения на сдвиг.

Огибающая упругих моментов в элементах рамы приведена на рисунке 9.

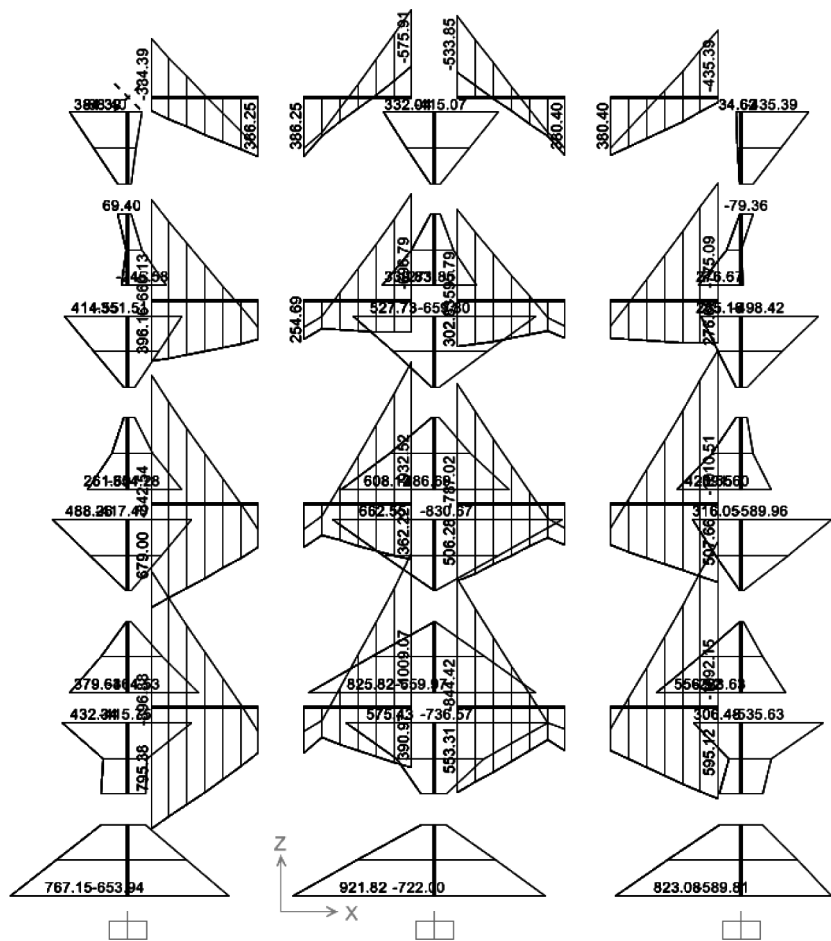


Рисунок 9. Огибающая моментов, $kH \cdot m$

Для решения оптимизационной задачи для начала требуется найти вектор остаточных усилий S_{pl}^r в сечениях упруго-пластических элементов. Данная рама 24 раза статически неопределима. Учитывая, что хрупкие связи не допускают пластического перераспределения, остается всего 8 связей, с помощью моментов в которых система может при-

способиться к внешнему воздействию. Эпюры единичных остаточных моментов основной системы приведены на рисунке 11.

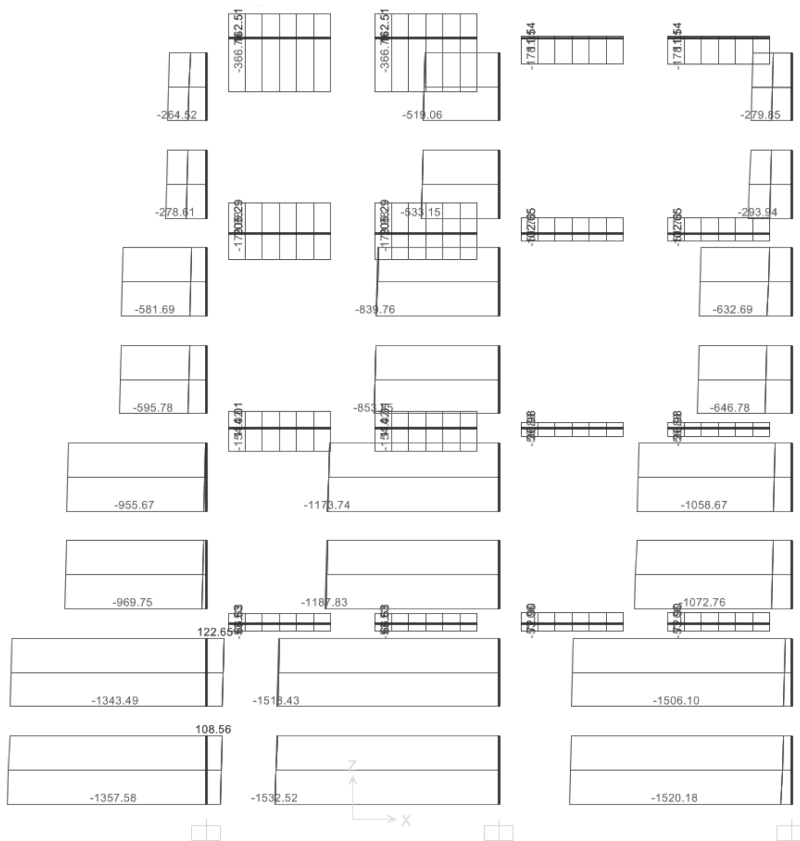


Рисунок 10. Огибающая продольных сил, кН

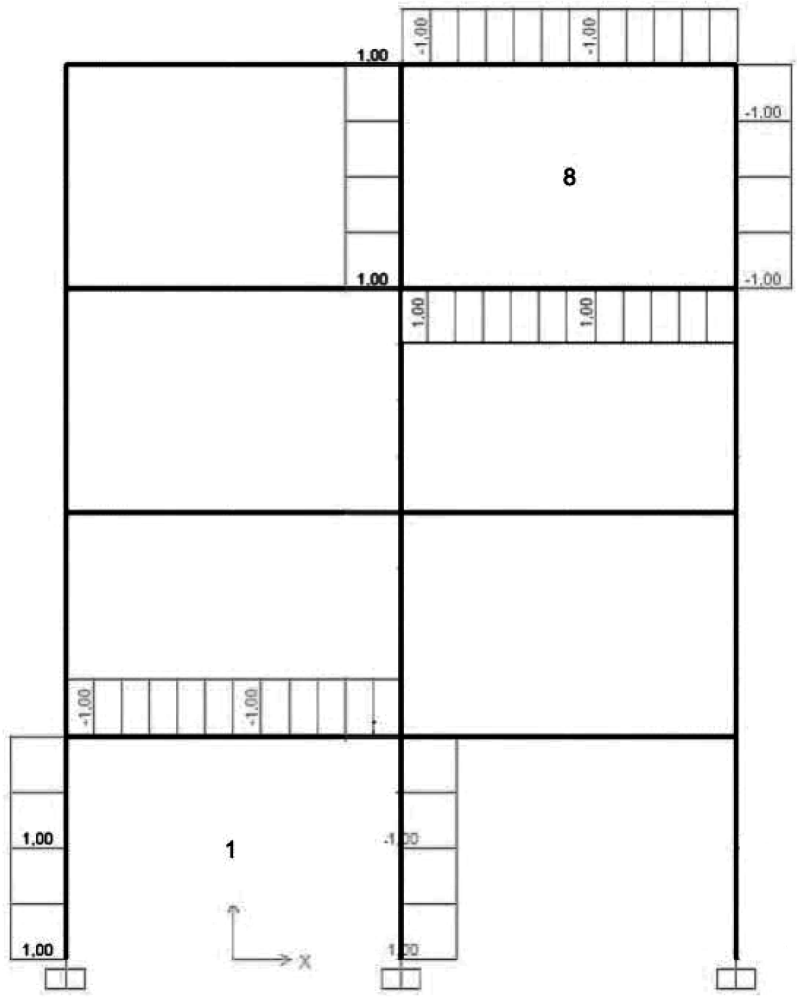


Рисунок 11. Эпюры i -х единичных моментов, $i = 1, \dots, 8$

Нелинейная оптимизационная задача была решена с помощью пакета Mathematica в виде нескольких последовательных задач линейного программирования, и для первой итерации получен коэффициент запаса по нагрузке $\mu = 1,175$ для вектора остаточных усилий $X = (-226.48, -136.55, 134.97, 0, -324.08, -228.17, 48.41, 331.82)$. Влияние продольной силы на несущую способность по моменту учтено во второй

итерации, в результате которой был получен коэффициент запаса по нагрузке $\mu = 1,173$ для вектора остаточных усилий $X = (-226.48, -136.55, 134.97, 0, -324.08, -228.17, 48.41, 331.82)$. Огибающая упругих моментов с учетом коэффициента запаса по нагрузке приведены на рисунке 12. Огибающая упругих моментов с учетом перераспределения усилий приведена на рисунке 13.

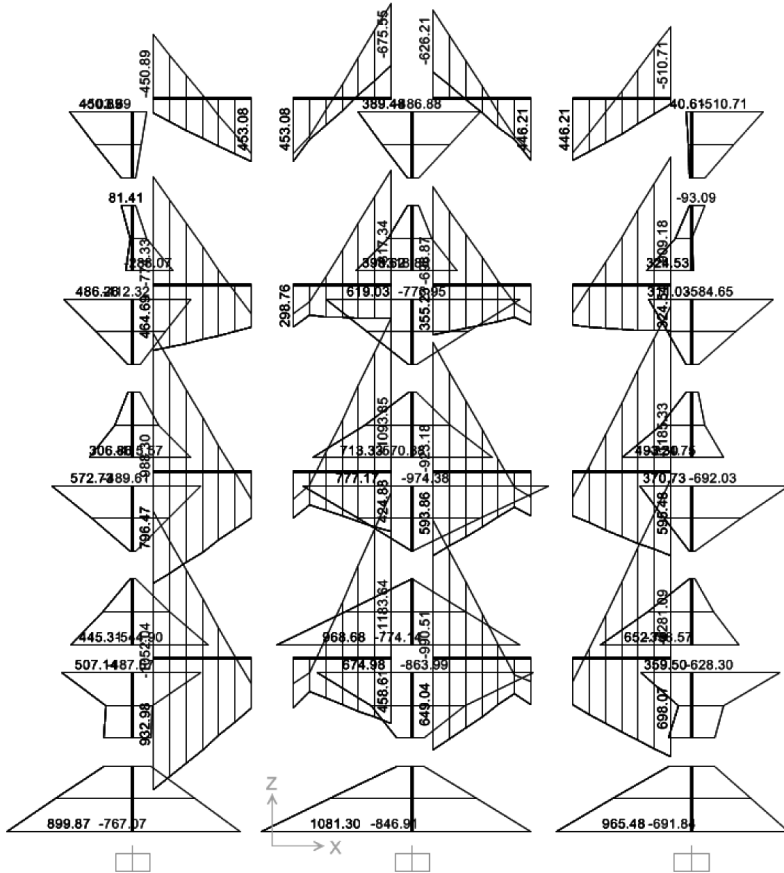


Рисунок 12. Огибающая упругих моментов (увеличенная на коэффициент запаса), $kH \cdot m$

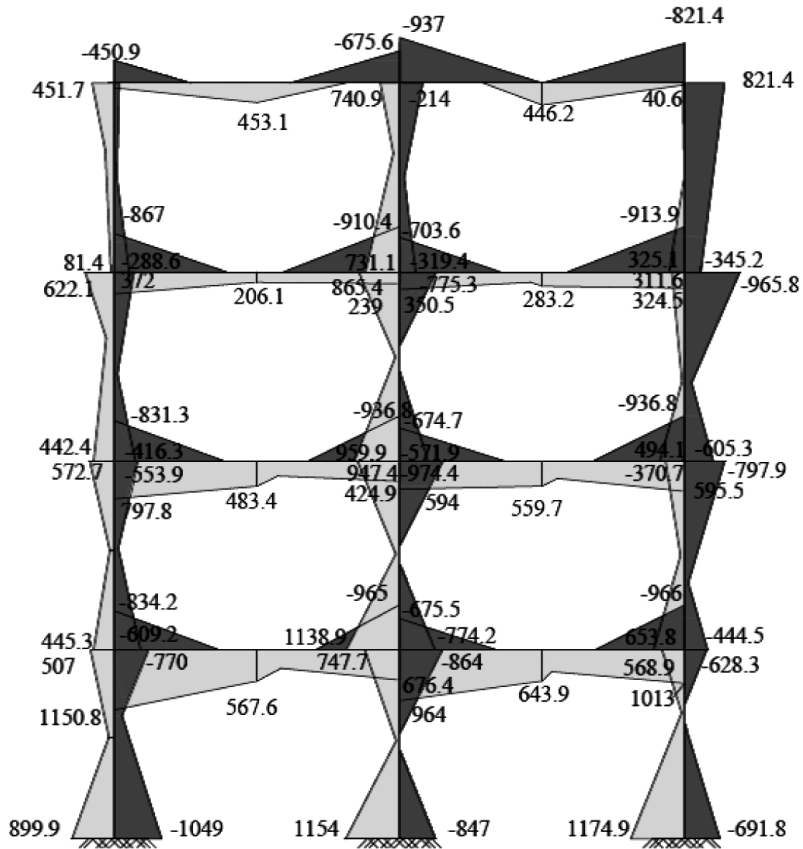


Рисунок 13. Огибающая моментов после пластического перераспределения сил , $kH \cdot m$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье представлена математическая модель задачи оптимизации предельного анализа для оценки неупругой работы плоских сталежелезобетонных рам в условиях малоциклового нагружения. Для таких конструкций учтена возможность как пластического, так и хрупкого разрушения элементов. Предложенный метод позволяет оценить дополнительные резервы несущей способности сталежелезобетонных рам благодаря возможности ограниченного пластического перераспределения усилий в конструкции, принимая во внимание хрупкие и пластические элементы. Выявление дополнительных резервов несущей способности особенно важно при анализе конструкций в особых расчетных ситуациях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Bungale S. Taranath: Structural Analysis and Design of Tall Buildings. Steel and Composite Construction, Boca Raton, Taylor & Francis Group, 2012.
2. Еврокод 8. Проектирование сейсмостойких конструкций. Часть 1. Общие правила, сейсмические воздействия и правила для зданий: ТКП EN 1998-1-2011. – Введ. 01.09.12. – Минск: Министерство архитектуры и строительства, 2012. – 139 с.
3. Еврокод 8. Проектирование сейсмостойких конструкций. Часть 3. Оценка и модернизация зданий: ТКП EN 1998-3-2009. – Введ. 10.12.09. – Минск: Министерство архитектуры и строительства, 2010. – 139 с.
4. Design of buildings to resist progressive collapse / James C Dalton, P.E. [etal.]. USA, 2010. – 176 p.
5. Еврокод 1. Воздействия на конструкции. Часть 1-7. Общие воздействия. Особые воздействия: ТКП EN1991-1-7-2009. – Введ. 10.12.09. – Минск: Министерство архитектуры и строительства, 2010. – 64 с.
6. Минасян А.В. Резервы несущей способности сейсмозащитных систем с точки зрения энергетических позиций / Актуальные проблемы исследований по теории сооружений, Сборник научных статей Часть 1, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко Москва 2009, с. 270–276.
7. Šyras A., Borkowski A., Karkauskas R. Theory and methods of optimization of rigid-plastic systems. – Vilnius, Technika, 2004. – 354 p.

8. Алявдин, П.В. Предельный анализ конструкций при повторных нагрузениях. – Минск, УП «Технопринт», 2005. – 284 с.
9. Alyavdin, P.: Shakedown analysis of effective bearing structures with unsafe members under dynamic loading, in: Modern Building Materials, Structures and Techniques: Proceedings of the 5th International Conference, (Vol. II), Vilnius, Technica, 1997, 167–172.
10. Гениев, Г.А. и др. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях / Гениев Г.А., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Никулин А.И., Пяткрестовский К.П. – М., Изд-во Ассоциации строит. вузов, 2004. – 216 с.
11. Ellingwood, B.R., et al.: Best Practices for Reducing the Potential for Progressive Collapse in Buildings, National Institute of Standards and Technology, Technology Administration, U.S. Department of Commerce, 2006.
12. Еврокод 4. Проектирование сталежелезобетонных конструкций. Часть 1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1994-1-1-2009. – Введ. 10.12.09 – Минск: Министерство архитектуры и строительства, 2010. – 95 с.
13. Caltrans Seismic Design Criteria, Version 1.7, Caltrans, 2013.
14. CSI Analysis Reference Manual For SAP2000, ETABS, SAFE and CSiBridge, USA, Berkley, Computers and Structures, Inc., 2011.
15. Dem'yanov, V.F., Stavroulakis, G.E., Polyakova, L.N., Panagiotopoulos, P.D.: Quasidifferentiability and Nonsmooth Modelling in Mechanics, Engineering and Economics/Nonconvex Optimization and Its Applications, (Vol. 10), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1996.
16. Atkočiūnas, J.: Optimal shakedown design of elastic-plastic structures. Vilnius: Technika, 2011.

Статья поступила в редколлегию 29.09.2014